



LA REGULACION METACOGNITIVA EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS CON NUMEROS NATURALES

YOLANDA MARISOL HOYOS GÓMEZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES
2019

LA REGULACION METACOGNITIVA EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS CON
NUMEROS NATURALES

YOLANDA MARISOL HOYOS GÓMEZ

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Didáctica de las Ciencias

Tutora

MAG. SANDRA MARIA QUINTERO CORREA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN DIDACTICA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES

2019

DEDICATORIA

A Dios, su grande misericordia, su infinita bondad y amor me ha permitido llegar hasta este punto para lograr mis objetivos; además porque me ha bendecido cada día espiritual y profesionalmente.

A mi madre quien me enseñó el valor de la perseverancia y la lucha incansable; a enfrentar las diversas situaciones por difíciles que parezcan y a ser fuerte aun cuando sienta desmayar; ella es una de mis más grandes motivaciones para emprender y culminar este proceso educativo.

A mi hijo Sebastian, a quien amo con todo mi corazón, por quien me esfuerzo día a día por darle lo mejor y enseñarle con el ejemplo a ser una gran persona.

A todos ellos mil gracias, les dedico el cumplimiento de este nuevo objetivo en mi vida.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme la sabiduría y la fortaleza necesaria para culminar y cumplir con los objetivos que me había trazado.

A la Universidad Autónoma de Manizales, por facilitarme el acceso a la formación como Magister.

Al Centro Educativo Mirolindo Sede Principal, ubicada en la vereda Mirolindo, por brindarnos el espacio para desarrollar este proceso investigativo.

A la asesora Sandra María Quintero Correa, por ayudarme a la elaboración de este trabajo investigativo.

A todos los profesores de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias, ya que, con sus valiosos aportes, contribuyeron a culminar este proceso investigativo.

RESUMEN

Este trabajo presenta los resultados de la investigación cuyo objetivo consistió en analizar la incidencia que tiene la vinculación de la regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en la resolución de problemas con números naturales. El trabajo se llevó a cabo con estudiantes de grado quinto, en el Centro Educativo Mirolindo Sede Principal, ubicada en la vereda Mirolindo Municipio de Argelia Cauca, Colombia. La metodología utilizada es tipo explicativa, enmarcada dentro del enfoque cualitativo.

Inicialmente se encontró que la mayoría de los estudiantes no utilizaban ninguna secuencia de pasos para resolver un problema y que muchas de las acciones que son realizadas en este proceso, no son exteriorizadas. Adicionalmente, se observó que la inclusión de problemas con números naturales, genera motivación en los estudiantes y que la vinculación de la regulación metacognitiva, mejora considerablemente el proceso de resolución de problemas.

Los problemas con números naturales permiten que el estudiante se implique en un proceso de análisis profundo del problema. La enseñanza de una heurística de resolución de problemas permite que el estudiante comprenda mejor el problema, realice diferentes representaciones mentales, elabore y lleve a cabo algunas estrategias para la solución y reflexione sobre sus fortalezas y dificultades. La vinculación de la regulación metacognitiva permite la elaboración, seguimiento y evaluación de estrategias que conduzcan a la solución de un determinado problema.

Palabras clave: Didáctica de las matemáticas, regulación metacognitiva, planeación, monitoreo, evaluación, problemas, heurística.

ABSTRACT

This paper presents the results of the research whose objective was to analyze the incidence of the linkage of metacognitive regulation (planning, monitoring and evaluation) in solving problems with natural numbers. The work was carried out with fifth grade students, at the Mirolindo Headquarters Educational Center, located in the village of Mirolindo, Municipality of Argelia Cauca, Colombia. The methodology used is an explanatory type, framed within the qualitative approach.

Initially it was found that most of the students did not use any sequence of steps to solve a problem and that many of the actions that are carried out in this process are not externalized. Additionally, it was observed that the inclusion of problems with natural numbers, generates motivation in the students and that the link of the metacognitive regulation, improves the process of solving problems considerably.

The problems with natural numbers allow the student to get involved in a process of deep analysis of the problem. The teaching of a problem solving, heuristic allows the student to better understand the problem, perform different mental representations, elaborate and carry out some strategies for the solution and reflect on their strengths and difficulties. The linking of metacognitive regulation allows the elaboration, monitoring and evaluation of strategies that lead to the solution of a specific problem.

Keywords: Didactics of mathematics, metacognitive regulation, planning, monitoring, evaluation, problems, heuristics.

TABLA DE CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN	12
2	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	14
2.1	DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	14
2.2	PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	15
3	JUSTIFICACIÓN	16
4	OBJETIVOS	18
4.1	OBJETIVO GENERAL	18
4.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
5	MARCO REFERENCIAL.....	19
5.1	ANTECEDENTES	19
5.2	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	19
5.2.1	Planeación, Monitoreo Y Evaluación.....	24
5.3	MARCO CONCEPTUAL	28
5.3.1	La Resolución De Problemas	28
5.3.2	Planeación, Monitoreo Y Evaluación.....	31
5.4	MARCO LEGAL	36
6	METODOLOGÍA	37
6.1	ENFOQUE METODOLÓGICO	37
7	CONTEXTO	38
7.1	UNIDAD DE TRABAJO	38
7.2	UNIDAD DE ANÁLISIS.....	38
7.3	INSTRUMENTOS Y FUENTES DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN.....	38
7.3.1	Taller De Ideas Previas	39
7.3.2	Entrevista Semiestructurada.....	39

7.3.3	La Unidad Didáctica.....	39
7.3.4	Diseño Metodológico (Diagrama de la investigación).....	41
8	ANÁLISIS DE INFORMACIÓN.....	43
8.1	MOMENTO UNO (UBICACIÓN).....	44
8.2	MOMENTO DOS (DESUBICACIÓN).....	46
8.2.1	Categoría Resolución De Problemas.....	47
8.2.2	Categoría: Estrategias Metacognitivas.	54
8.3	MOMENTO TRES (REENFOQUE).....	64
8.3.1	Categoría resolución de problemas.	64
8.3.2	Categoría Estrategias Metacognitivas.	67
9	CONCLUSIONES.....	73
10	RECOMENDACIONES Y PERSPECTIVAS A FUTURO.....	75
11	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	76

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Gráfico de resolución de problemas.....	30
Tabla 2. Categorías, subcategorías e indicadores para el análisis de la información.....	35
Tabla 3. Análisis momento uno.....	44
Tabla 4. Familiarización con el problema	47
Tabla 5. Respuesta estudiantes primera fase heurística de Miguel de Guzman.....	48
Tabla 6. Búsqueda de una estrategia apropiada	49
Tabla 7. Respuesta estudiantes tercera fase heurística de Miguel de Guzman.	53
Tabla 8. Estrategias Alternativas - Momento de desubicación	60
Tabla 9. Evaluación proceso de aprendizaje - Desubicación	63
Tabla 10. Seguimiento al plan trazado - Entrevista semiestructurada	69
Tabla 11. Evaluación proceso de aprendizaje – Reenfoque	71

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Componentes principales de la metacognición.....	32
Figura 2 Modelo unidad didáctica.....	40
Figura 3 Diagrama de la investigación.....	42
Figura 4 Desarrollo de la estrategia. Guía No.2	50
Figura 5 Desarrollo de la estrategia guía No.3	51
Figura 6 Aplicación de la estrategia guía No.4	52
Figura 7 Conocimientos previos	56
Figura 8 Respuesta estudiante pasos para resolver un problema	58
Figura 9 Respuesta estudiante pasos para resolver un problema	59
Figura 10 Respuesta estudiante pasos para resolver un problema	59
Figura 11 Respuesta estudiante pasos para resolver un problema	60
Figura 12 Item 2. Taller de ideas previas.	62
Figura 13 Aplicación Guía No.4 reenfoque	66
Figura 14 Taller “explorando mis conocimientos”. Ítem 3.5.	68
Figura 15 Taller “explorando mis conocimientos II”. Ítem 3.7	70

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Unidad didáctica.	80
Anexo 2. Taller de ideas previas.	85
Anexo 3. Entrevista semiestructurada.	87

1 INTRODUCCIÓN

El presente informe se divide en seis capítulos. En el primer capítulo se establecen el problema, la justificación y los objetivos del estudio. En el segundo capítulo se presentan los referentes conceptuales, entre ellos los antecedentes y los referentes teóricos que incluyen la resolución de problemas, la caracterización de los problemas, la heurística de resolución de problemas propuesta por miguel de guzmán y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación. A partir de los elementos teóricos se realizó el diseño de los instrumentos de investigación y se realizó el análisis de los mismos. En el tercer capítulo se describe la metodología utilizada para la investigación incluyendo una descripción de los instrumentos de investigación en los tres momentos en los cuales se llevó a cabo el estudio. En el cuarto capítulo se presenta el análisis de los resultados obtenidos de la aplicación de los instrumentos, mientras que en los capítulos 5 y 6, se presentan las conclusiones derivadas de dichos análisis junto con las recomendaciones para estudios futuros.

El presente trabajo de investigación surgió con el objetivo de analizar de qué manera la regulación metacognitiva promueve la resolución de problemas que involucran operaciones con números naturales en estudiantes de grado quinto (5°) de primaria.

Con esta propuesta se quiso contribuir a la solución de ciertas problemáticas que se venían presentando en el Centro Educativo. Como son, la falta de conocimiento que tienen los estudiantes sobre las acciones que deben realizar para la resolución de un problema; la poca utilización de problemas relacionados con situaciones de la vida cotidiana y la poca inclusión que ha tenido la regulación metacognitiva dentro de las clases de matemáticas. La investigación se llevó a cabo con una población de 5 estudiantes de grado quinto de educación básica primaria, en el Centro Educativo Mirolindo, localizado en el Municipio de Argelia, departamento del Cauca, durante el segundo semestre del año 2018.

Inicialmente, se aplicó una prueba buscando determinar la manera en que los estudiantes resolvían un problema. Por otro lado, se indagó respecto a las características de planeación, monitoreo y evaluación presentes en cada uno de los estudiantes mientras abordaba la solución de

un problema. En un segundo momento, a partir de los resultados encontrados, se realizó la enseñanza de la Heurística de resolución de problemas formulada por Miguel de Guzmán (2007), haciendo énfasis en su relación con la regulación metacognitiva, aquí se presentaron distintos problemas en los que se involucraban operaciones de adición, sustracción y división que el estudiante debía resolver de forma individual, trazándose una estrategia para validar la solución dada. Finalmente, se cuestionó al estudiante acerca de la efectividad de las actividades realizadas y los cambios observados en el proceso de resolución de problemas.

Dentro de los hallazgos más importantes que se observaron, se tiene que aquellos estudiantes inicialmente presentaban dificultad en la comprensión de lectura, lo que obstaculizaba determinar una estrategia apropiada para abordar la solución del problema; evidenciando así en los estudiantes apatía en el uso de problemas, puesto que le generan mayores esfuerzos para encontrar su solución. Se resalta igualmente, que el uso de heurísticas de resolución de problemas como la de Miguel de Guzmán, permite hacer un rastreo de las dificultades y fortalezas del estudiante, proporcionando la oportunidad para la construcción de planes de acción que permitan la solución de los obstáculos presentados.

En el caso de la regulación metacognitiva, se observó que la vinculación de ésta dentro de las clases de matemáticas posibilita una reflexión profunda sobre el propio proceso de aprendizaje del estudiante, permitiendo una autoevaluación de las acciones que realiza a cada momento, sin embargo, es necesario el diseño de instrumentos que permitan la indagación acerca de cada uno de sus componentes, puesto que sin preguntas específicas, los estudiantes no son capaces de exteriorizar las acciones que llevan a cabo a la hora de resolver un problema.

2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

“Desde la antigüedad la actividad primordial del matemático ha sido la resolución de problemas” (Blanco, 1996, p.11), razón por la cual, durante las últimas décadas se ha considerado a la resolución de problemas como el método más adecuado para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, puesto que se enfatiza en los “procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje, tomando los contenidos matemáticos, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces” (De Guzmán, 2007, p. 35).

Adicionalmente, se ha observado que, desde la educación básica primaria, a los estudiantes no se les enseña lo qué deben hacer en el momento de enfrentar los problemas propuestos en las clases de matemáticas, ocasionando que muchos de ellos:

Utilicen como estrategia general, la tendencia a operar con los datos del problema, sin mostrar una clara comprensión del mismo y sin identificar las relaciones operacionales, conceptuales o procesuales que se dan. Aportan muchas veces soluciones que no pueden ser válidas para las condiciones del problema, lo que evidencia, además de una carencia de estrategias cognitivas (métodos heurísticos), una falta de pensamiento crítico” (Palarea, Hernández y Socas, 2001)

A muchos de los estudiantes, no se les ha mostrado una secuencia de pasos o acciones (heurística) que puedan seguir para llegar a la resolución del problema, o a utilizar la regulación de la cognición (planeación, monitoreo y evaluación) dentro de su proceso formativo, la cual permite que se realice una planeación inicial, en la cual se busquen una o más estrategias para la solución del problema, se determinen los recursos necesarios, se lleve a cabo el seguimiento al plan trazado, se encuentren nuevas estrategias cuando la estrategia inicial no lo ha llevado por buen camino y se posibilite la evaluación del proceso realizado, en donde se verifique el cumplimiento de los objetivos o la consecución de una solución más eficiente, que busque minimizar los recursos, en especial, la cantidad de tiempo empleado para la solución del problema.

Por todo lo anterior, se hace necesaria la implementación de una estrategia pedagógica que vincule una heurística de resolución de problemas y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, para mejorar los procesos de resolución de problemas cuya información y contexto, tengan una alta posibilidad de ocurrir fuera del entorno escolar.

2.2 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿De qué manera la regulación metacognitiva promueve la resolución de problemas que involucran operaciones con números naturales en estudiantes de grado quinto (5°) en la Sede Principal Del Centro Educativo Mirolindo Municipio De Argelia Cauca?.

3 JUSTIFICACIÓN

En la sede Principal Del Centro Educativo Mirolindo Municipio De Argelia Cauca, se le da gran importancia a la resolución de problemas en las clases de matemáticas; sin embargo, se observan ciertas dificultades en los estudiantes a la hora de abordar la solución de un problema, debido en primer lugar, a que muchos de los problemas que se utilizan en las clases de matemáticas, se encuentran desligados del contexto de los estudiantes, siendo poco motivantes para ellos; en segundo lugar, se tiene que la enseñanza de las matemáticas dentro de la institución, se ha limitado al aprendizaje mecánico de algoritmos y procedimientos totalmente alejados del proceso de resolución de problemas, causando en los estudiantes un pensamiento errado acerca de la importancia de las matemáticas en su vida cotidiana; y en tercer lugar, se tiene que dentro de las clases, no se les ha enseñado a los estudiantes la manera de abordar la resolución de un problema, a realizar una secuencia de pasos que le permitan comprender lo que el problema les pide, plantear una estrategia, desarrollarla e interpretar los resultados bajo las condiciones del problema. Hay trabajos de varias décadas como Polya y Shoenfeld los cuales son referencias en matemáticas para la resolución de problemas.

En trabajos como los de Troncoso (2013), Lozada y Santos (2013), Abdolhossini (2012), Klimenko y Álvarez (2009), se invita a la enseñanza e implementación de las estrategias metacognitivas **de planeación, monitoreo y evaluación** a través de la resolución de problemas, ya que a su modo de ver, producen mejoras significativas en el desempeño de los estudiantes en matemáticas, no obstante, en su mayoría, estos trabajos se han desarrollado con estudiantes de H secundaria o de nivel universitario, dejando de lado a los ciclos iniciales de educación, desde los cuales, se pueden obtener mejores resultados en el proceso de resolución de problemas.

Como lo muestra Vela (2015), muy pocos trabajos investigativos relacionados con las estrategias metacognitivas, han sido enfocados hacia la educación básica primaria, razón por la cual, se hace necesaria la implementación de esta propuesta en la sede Principal Del Centro Educativo Mirolindo, de tal manera que, desde edades tempranas, los estudiantes sean:

Conscientes de cómo aprenden, reconozcan cuando no entienden algo, cuando necesitan ayuda adicional y sepan pedir ayuda oportunamente; así mismo, que puedan fijar objetivos y evaluarlos,

activar el conocimiento existente y relevante, hacer predicciones y administrar el tiempo y consolidar sus logros intelectuales. (Barro, Bravo, Campo y Fontalvo, 2011, p. 3)

De igual manera, la presente investigación busca dotar a los estudiantes del grado quinto de valiosas estrategias a usar en la resolución de problemas como lo son la planeación, de tal manera que el estudiante comprenda el problema, lo pueda enunciar con sus propias palabras, lo pueda representar gráficamente, si es posible y determine una manera de actuar, una estrategia a seguir para resolver la situación planteada; el monitoreo, que le permitirá al estudiante el hacer un seguimiento a la estrategia, verificar si es pertinente o replantearla en caso de que no conduzca por un buen camino y finalmente, la evaluación, de esta manera el estudiante podrá comprobar la solución, identificar las fortalezas y debilidades observadas en el proceso y pensar en maneras alternativas de resolver el problema, disminuyendo el tiempo destinado y/o los errores cometidos.

De esta manera se contribuye a mejorar el desempeño de los estudiantes, no solo en las clases de matemáticas sino también en su vida diaria, puesto que así, podrán abordar las problemáticas que se les presenten fuera de la escuela y tomar las mejores decisiones.

4 OBJETIVOS

4.1 OBJETIVO GENERAL

Analizar la incidencia que tiene la vinculación de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, en la resolución de problemas con números naturales, en estudiantes de grado quinto (5°) en la Sede Principal del Centro Educativo Mirolindo Municipio de Argelia Cauca.

4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Interpretar los diferentes tipos de resolución empleados por los estudiantes de grado quinto. Establecer las características de la planeación, monitoreo y evaluación, como estrategias metacognitivas para la resolución de problemas en estudiantes de grado quinto.

Vincular la planeación, monitoreo y evaluación como estrategias metacognitivas en la resolución de problemas por estudiantes de grado quinto de la Sede Principal del CE Mirolindo.

5 MARCO REFERENCIAL

5.1 ANTECEDENTES

Para el desarrollo del presente trabajo se han definido dos categorías que serán desarrolladas a lo largo del proceso. En primer lugar, la resolución de problemas, con los cuales se pretende hacer evidente, la relación entre la vida cotidiana y las matemáticas, y en segundo lugar, las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, con las cuales se busca que los estudiantes sean cada vez más conscientes de sus procesos de aprendizaje.

5.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Uno de los principales objetivos a conseguir en el área de las matemáticas es que los estudiantes sean competentes en la resolución de problemas. Sin embargo, es un objetivo bastante difícil de conseguir debido a la falta de estrategias que un estudiante es capaz de poner en marcha a la hora de la resolución, el tipo y características de los problemas o los métodos de enseñanza utilizados por los profesores (Pifarré y Sanuy, 2001). Durante los últimos años, se han venido realizando diferentes investigaciones que buscan mostrar los beneficios que tiene la resolución de problemas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Entre estas investigaciones se tiene la realizada por Mejía (2014), quien en su trabajo “Resolución de problemas matemáticos” pretende fortalecer la proyección de los jóvenes en el manejo de las matemáticas y la resolución de problemas lo que les servirá para un buen desempeño en las pruebas externas mejorando el nivel de la institución y en su desempeño al servicio de la comunidad. El estudio fue realizado con los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Adventista de Puerto Tejada Cauca. En el desarrollo del proyecto se observan varias fases: una de reflexión inicial, una de planificación, una de acción y por último una de reflexión final.

1ra. Fase de reflexión inicial, en esta fase se realiza: Una observación detallada sobre los estudiantes del grado séptimo de la corporación adventista frente a las dificultades presentadas en cuanto al tema del aprendizaje de las operaciones matemáticas. Un análisis sobre posibles causas

de dicha dificultad, a partir de la cual se evidencia la necesidad de implementar nuevas estrategias para el aprendizaje. La implementación de una encuesta, un pre- test y consultando a la maestra del área de matemáticas las notas del primer periodo.

2da. Fase de planificación: En este caso la propuesta consiste en implementar estrategias lúdicas en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos para que los estudiantes del grado 7º del CEA Puerto Tejada, desarrollen el pensamiento lógico y adquieran aprendizajes significativos.

3ra. Fase de acción: Es la puesta en práctica del plan. Es una acción meditada, controlada, observada, que registra datos para utilizarlos en una reflexión posterior.

En este momento se planean y se desarrollan los problemas matemáticos con el grupo muestra teniendo en cuenta la lúdica, enfatizando en la resolución de problemas y utilizando material didáctico adecuado para facilitar el aprendizaje. Se realizan pruebas orales y escritas para evaluar a los estudiantes.

4ta. Fase de reflexión final: Es el momento de analizar, interpretar y sacar conclusiones. En este último momento se aplica a los estudiantes un postest y se evalúa la efectividad de la propuesta con la docente encargada del área de matemáticas y estudiantes de la institución, se presentan resultados, se sacan algunas conclusiones y se hacen las respectivas recomendaciones.

Las anteriores fases permiten identificar que se trata de un proyecto investigativo descriptivo-experimental porque parte del diagnóstico y la caracterización de la población y del grupo estudiado para tener un mejor conocimiento de estos, se formulan las preguntas específicas que se busca responder, se identifican las variables del fenómeno observado, se plantean hipótesis de trabajo y un plan de acción teniendo en cuenta los recursos disponibles; después de ejecutarlo se analizan los resultados para comprobar si es válida o no la hipótesis y estos son presentados en un informe escrito.

La autora de esta investigación presenta algunos hallazgos: Que si se implementa una metodología menos rígida y más lúdica los estudiantes mejoran su actitud frente a la resolución

de problemas matemáticos. Con los juegos didácticos los estudiantes se motivaron a consultar otro tipo de estrategias para dar solución a las situaciones problemáticas planteadas. Que esas estrategias didácticas implementadas mayor es el interés de los estudiantes por el aprendizaje de las operaciones matemáticas.

Finalmente, Mejía (2014), en su trabajo hace las siguientes reflexiones: Con el presente proyecto las estudiantes consideran alcanzado los objetivos presentados al inicio. A partir de esta investigación se crean condiciones que podrían ser útiles para la realización de las clases en el ámbito escolar, es importante que los estudiantes pasen por momentos donde primero, conformen sus grupos de trabajo y seguidamente sientan interés y disposición por las actividades diseñadas y finalmente se discutan los resultados con el fin de verificar y validar lo obtenido. En la resolución de problemas se reconoce que pueden existir caminos distintos para promover el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes y despertar el interés de los alumnos, y que al mismo tiempo necesiten nuevos conocimientos para su solución. Plantear problemas es tan importante como resolverlos, de tal forma que hay que promover en los alumnos actividades de planteamiento de problemas en la clase para la discusión del grupo, incluyendo problemas de la vida real, por ejemplo: juegos, azar, competencias deportivas, etcétera, así como problemas curiosos e históricos de las matemáticas. A medida que se avanza en el desarrollo de las clases, se debe verificar que se avance en el nivel de los problemas, su comprensión y por supuesto mostrar las dificultades, detalles y complejidad creciente que presenta la resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas.

Así mismo, Maquilón (2016), en su proyecto de investigación “Resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC”, pretende diseñar y aplicar una propuesta didáctica del pensamiento numérico, que permita potenciar la resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC, para el grado séptimo de la institución educativa Fe y Alegría Nueva Generación, localizada en el municipio de Bello (Antioquia, Colombia). Con la propuesta didáctica pretende que el estudiante fortalezca todo lo relacionado con: La modelación matemática, planteamiento acertado de ecuaciones, mejorar la habilidad en el desarrollo de procedimientos algorítmicos que conduzcan a la obtención de resultados correctos y contribuir a enriquecer el trabajo colaborativo en el grupo.

Para el autor, la resolución de problemas es el eje central de las matemáticas, por lo tanto, considera que la estrategia debe ser direccionada en forma estructurada y organizada, que permita una alternativa de aprendizaje diferente a la tradicional, donde mediante la aplicación de las cuatro (4) etapas del método heurístico de George Polya (1989), los estudiantes puedan desarrollar la comprensión lectora, la capacidad argumentativa, analítica, de razonamiento, modelación matemática, resolución de ecuaciones y con el apoyo de las TIC el docente pueda enriquecer y fortalecer los procesos de enseñanza, para hacerlos más eficientes y productivos, buscando mejorar en los alumnos la adquisición de habilidades de pensamiento y adecuar las formas de difundir el conocimiento a la dinámica moderna, desarrollando mayor receptividad y cambio de actitud de los estudiantes hacia el aprendizaje significativo de las matemáticas.

El autor plantea el desarrollo de la propuesta en tres instancias: En primera instancia la intervención se inicia con la recolección de información cuantitativa procedente de las actividades ejecutadas durante la práctica (pre-test), que permitió elaborar comparaciones importantes y a partir del análisis de tablas, gráficos, varianzas y correlación de variables. Paralelamente se acopia la información cualitativa suministrada por la encuesta, que aporta elementos explicativos importantes sobre el suceso en estudio.

En segunda instancia, y una vez reconocidos los aspectos relevantes que demuestran las falencias significativas observadas, se inicia la aplicación de la intervención; mediante la explicación y socialización detallada de las cuatro (4) etapas del método heurístico de George Polya (1989). Igualmente, se apoya los requerimientos de los estudiantes en cuanto a la aclaración de dudas sobre procedimientos, conceptos, algoritmos y todo lo que el estudiante requiera para tener claridad respecto al desarrollo del asunto. Del mismo modo, se procede a validar el grado de participación que los estudiantes han tenido en la plataforma Erudito y Moodle, como instrumentos de apoyo a las clases ordinarias en el aula, que ha permitido corroborar de alguna forma, la utilidad proporcionada por estos instrumentos en el desarrollo de la temática.

Finalmente, se aplicó el post-test, que provee información necesaria que permite sacar conclusiones y recomendaciones para validar o no los resultados de la actuación, en la intervención sobre resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC. Cuando se contrasta los resultados tanto de pre-test (A) como del pos-test (D), se observa que con la aplicación de la estrategia en general; los estudiantes mejoraron sustancialmente su método de resolución de problemas matemáticos, lo cual implica un impacto favorable dentro del proceso de aprendizaje matemático, propiciando progresos importantes, en aspectos como: Identificar la incógnita y los datos de 23 pasó a 35, establecer relación entre los datos conocidos y la incógnita, pasando de 3 a 31, elaborar gráficos, diagramas o esquemas, pasando de cero a 12, estructurar de forma ordenada y coherente las operaciones matemáticas, pasando de cero a 15, acompañar las operaciones de explicaciones adicionales, pasando de cero a 11, modelación matemática, pasando de 1 a 12, justificar el resultado obtenido, pasó de 3 a 34, entre otras. De manera simultánea, se ha podido observar el crecimiento. Indudablemente la implementación de la estrategia de intervención, generó en la población objetivo un impacto favorable, la información obtenida indica que los estudiantes incrementaron la utilización de los ítems recomendados por George Polya (1989), qué dentro del proceso, considera de vital importancia para el éxito en la resolución de problemas.

En el contexto internacional se tiene el estudio realizado por Ascencio (2013), “Adaptación del modelo de Miguel de Guzman para la resolución cooperativa de problemas para alumnos de 1º de la ESO”, la investigación está orientada a la presentación de una metodología de enseñanza que ayude a los alumnos a superar obstáculos presentes en el área de matemáticas y para ellos se propone la adaptación del modelo de Miguel de Guzman. El estudio se delimita en las siguientes partes: En la primera parte se expone la situación actual de los alumnos respecto a la asignatura de matemáticas. En la segunda parte se hace un análisis de las competencias básicas necesarias que han de adquirir los alumnos, y los problemas a la hora de conseguirlas concretamente en el contenido de algebra. Posteriormente, se analizan las características del método de Miguel de Guzman, para la resolución de problemas y, por último, se indican las características y ventajas del aprendizaje cooperativo. La tercera parte del trabajo consiste en un estudio de campo, basado en dos encuestas y una implementación parcial de la metodología. El estudio se hace con alumnos de diferentes centros escolares de Portugalete, un pueblo de la

provincia de Bizkaia. Se aplican dos tipos de encuestas a 15 estudiantes de 1° ESO de edades comprendidas entre 12 y 13 años.

El autor afirma que el modelo de Miguel de Guzman para la resolución de problemas de manera cooperativa aporta grandes beneficios en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El aporte de las investigaciones mencionadas anteriormente a la presente investigación, radica en la importancia que se le da a la resolución de problemas dentro de cada una de ellas; la necesidad de incluir dentro de las clases de matemáticas, problemas que sean significativos para los estudiantes, en cuanto puedan resolver problemáticas de su cotidianidad o que se les puedan presentar en un futuro cercano; así mismo, la relevancia que tiene la enseñanza de una secuencia de pasos (heurística) para el abordaje de un problema, ya que en muchos casos, los estudiantes no saben qué hacer a la hora de resolver una situación que se les esté presentando y que afecta su calidad de vida o la de los miembros de su comunidad.

5.2.1 Planeación, Monitoreo Y Evaluación

Dentro de las investigaciones más significativas, se resalta la de Vela (2015), quien en su trabajo de grado titulado “Análisis bibliométrico sobre el entrenamiento en estrategias metacognitivas”, quería analizar el nivel de evidencia y las tendencias en los artículos de investigación sobre programas de entrenamiento en estrategias metacognitivas entre 2004 y 2014. Los artículos fueron buscados en bases de datos como Dialnet, EBSCO, Science Direct, Springer Link y Taylor Francis online, tomando como muestra final, la revisión de 60 artículos. Entre los resultados más importantes, se muestra que de la población a quien se dirigía el entrenamiento en las estrategias metacognitivas, tan solo el 15% iba dirigido a los estudiantes de básica primaria.

En esta misma línea, buscando establecer las implicaciones que tiene la incorporación de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas, manifestando que a los estudiantes se les enseña a resolver operaciones mecánicamente, dejando de lado elementos cognitivos de las matemáticas como lo son el razonamiento, la argumentación, la modelación, la representación, entre otros, se encuentra la tesis de maestría hecha por Troncoso (2013), titulada

“Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas: una intervención en el aula para determinar las implicaciones de la implementación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas”. Entre los resultados más importantes, se evidencia en primer lugar, que los estudiantes tienden a centrarse en las operaciones sin tomarse el tiempo de planear una estrategia o de utilizar diferentes representaciones de acuerdo al problema; en segundo lugar, se muestra que los alumnos son incapaces de verbalizar lo que están haciendo; en tercer lugar, se pone en manifiesto que los no son capaces de realizar un trabajo cooperativo, ya que tienden a dejar que sólo unos pocos realicen las actividades y en algunos casos, presentan dificultades en los algoritmos de la resta y la división.

Mientras los estudiantes resuelven un problema, llevan a cabo de manera interna, diferentes procesos metacognitivos que les permiten llegar a la solución, sin embargo, si no se les realizan preguntas específicas, todas estas acciones no son exteriorizadas. Es por esta razón que Lozada y Santos (2013), en su artículo “¿Es posible hacer evidentes los procesos de metacognición en la resolución de problemas?”, buscaban encontrar las acciones metacognitivas que se hacían evidentes en la resolución de un problema para maestro. De la misma manera, querían establecer la relación existente entre la heurística de resolución de problemas planteada por Mason, Burton & Stacey (1989), con las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.

El estudio con enfoque cualitativo, fue llevado a cabo con cuatro estudiantes para maestro de matemáticas y fue distribuido en cuatro momentos. En el primer momento, resolución individual, registro escrito y oral de cada proceso que utiliza para resolver el problema (pensamientos, razonamientos); segundo momento, reunión de resolutores, análisis de aspectos comunes y se centra la atención en los procesos más relevantes o que generen mayor dificultad; tercer momento, recolección de la información, identificar las acciones metacognitivas que se evidencian en los escritos, las grabaciones de audio y video; cuarto momento, análisis de la información, caracterizar, definir y distinguir cada una de las acciones metacognitivas identificadas y su implicación en la resolución de problemas. Las conclusiones de la investigación, están orientadas a sugerir la utilización de las estrategias metacognitivas de manera cíclica, es decir, primero la planeación, el monitoreo durante el proceso y la evaluación al final,

puesto que el uso de las mismas en determinados momentos tiende a generar avances significativos en la resolución de problemas.

Siguiendo la línea de los procesos metacognitivos presentes en la resolución de problemas, en la ciudad de Armenia, Quindío, se realizó una investigación por parte de Buitrago y García (2012), titulada “Procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos”, en la que utilizaron el estudio cualitativo de carácter comprensivo, con 5 estudiantes de grado once (1 hombre y 4 mujeres), para determinar la manera en que los estudiantes de educación media, empleaban las estrategias de regulación metacognitiva al resolver problemas matemáticos, encontraron que en muchos de los casos, los estudiantes presentan dificultades para verbalizar lo que están haciendo a la hora de resolver un problema, sin embargo, se muestran ciertos indicios respecto a las estrategias metacognitivas de planeación, a través de la comprensión del problema, el empleo de diferentes representaciones para comprender la información y la selección de una estrategia; el monitoreo, que le hacen a la estrategia propuesta, no obstante, los estudiantes son incapaces de describir o explicar las acciones de verificación que realizan a pesar de su uso evidente; y la evaluación, en la que se muestra un menor desarrollo, debido al enfoque tradicionalista en el que se le da mayor importancia a la respuesta que da el estudiante, que al proceso que sigue para encontrarla.

Haciendo una comparación entre un grupo de estudiantes a los que se les realizó una **enseñanza en estrategias metacognitivas, mientras que al otro no, el artículo de Abdolhossini (2012), llamado “The effects of cognitive and meta – cognitive methods of teaching in mathematics”, pretendía determinar los efectos de la enseñanza de estrategias cognitivas y metacognitivas en matemáticas a través de la resolución de problemas, centrándose en las estrategias de planeación, control y monitoreo y evaluación.** Al mismo tiempo, quería identificar si los resultados variaban de acuerdo al género. El estudio se realizó con 200 estudiantes de educación media (100 hombres y 100 mujeres) de cuatro escuelas diferentes. Aleatoriamente, se eligió un grupo experimental y uno de control, cada uno con 100 estudiantes.

Durante 12 clases, el grupo experimental fue instruido sobre métodos de aprendizaje, factores que afectan la memoria, estrategias cognitivas y metacognitivas, auto consciencia, las

últimas dos clases, fueron utilizadas para resolución de problemas y preguntas al respecto. Durante el mismo tiempo, el grupo de control siguió normalmente sus clases de matemáticas. Al realizar el análisis de la información, se encontró que el grupo que había sido instruido sobre estrategias cognitivas y metacognitivas tuvo un desempeño significativamente más alto que el grupo que no había sido instruido. Sin embargo, al respecto de la diferencia de género, no encontró diferencias significativas en el aprendizaje y uso de las estrategias metacognitivas.

Finalmente, planteando una reflexión sobre los procesos de enseñanza contemporáneos, cuya prioridad consiste en fomentar un aprendizaje autónomo, autorregulado y continuado, utilizando la gran cantidad de información disponible y su posterior conversión en conocimiento, Klimenko y Álvarez (2009), en su artículo “Aprender cómo aprendo: la enseñanza de estrategias metacognitivas”, afirman que en el proceso formativo de los estudiantes, la enseñanza y aprendizaje de las estrategias cognitivas y metacognitivas toman un rol muy importante mientras que el rol del profesor, pasa a ser el de mediador y orientador. Del mismo modo, subrayan la importancia de explicar e ilustrar ampliamente las estrategias metacognitivas de tal manera que sean perfeccionadas con la práctica continua y consciente e invitan a los docentes a la creación de ambientes educativos que desarrollen en los estudiantes, la autoconsciencia, el autocontrol y la apropiación de las estrategias metacognitivas que los lleven paulatinamente, a un abordaje independiente de las situaciones de aprendizaje.

Cada una de las anteriores investigaciones, muestran la importancia de la implementación de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación desde temprana edad, puesto que, en primer lugar, ayudan a mejorar el desempeño de los estudiantes con o sin dificultades en el área de matemáticas y en segundo lugar, propician la generación de momentos de reflexión en el estudiante acerca de la utilidad de lo que está aprendiendo y su relación con el mundo. Igualmente, resaltan la necesidad de utilizar problemas reales para el aprendizaje de las matemáticas como una manera de potenciar los elementos cognitivos que han sido dejados de lado con el trabajo de algoritmos en las clases de matemáticas.

5.3 MARCO CONCEPTUAL

Esta propuesta de investigación tiene como bases teóricas conceptuales de diferentes autores, de los cuales se tiene conocimiento de estudios realizados en diversos contextos donde han centrado su objeto de estudio en categorías muy importantes para esta investigación como son: Resolución de problemas y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.

5.3.1 La Resolución De Problemas

Con esta propuesta de investigación se propone implementar la regulación metacognitiva como estrategia de resolución de problemas con números naturales con los estudiantes de grado 5° de las Sede Principal del CE Mirolindo Municipio de Argelia Cauca. Como base teórica para la investigación, se han considerado los trabajos propuestos por Miguel de Guzmán (2007), quien afirma que:

La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Se considera como lo más importante que el alumno: manipule los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental, de ser posible, adquiera confianza en sí mismo, se divierta con su propia actividad mental, se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana, se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia. (p.35).

La resolución de problemas pone en evidencia la relación existente entre la vida cotidiana y las matemáticas, ya que los estudiantes deben interpretar la información que procede de la situación, realizar una traducción a partir de los objetos matemáticos que han aprendido, obtener un resultado matemático e interpretarlo nuevamente bajo las condiciones de la situación.

Este autor, basado en los trabajos en heurísticas de resolución de problemas de Polya (1945), Mason, Burton & Stacey (1989), al igual que los estudios de Schoenfeld (1992), acerca de las actividades metacognitivas incluidas dentro de la resolución de problemas, propone un

modelo para la ocupación con problemas. Esta propuesta incluye cuatro fases: familiarizarse con el problema, búsqueda de estrategias, desarrollo de la estrategia y revisión del proceso. A continuación, se muestran de manera más detallada cada una de estas etapas.

Familiarizarse con el problema, engloba todas las acciones encaminadas a comprender del modo más preciso posible, la naturaleza del problema que va a enfrentar el estudiante. En esta etapa se debe realizar una lectura profunda de las pistas que ofrece el problema; hacerse una idea clara de los elementos que intervienen, jugar mentalmente con ellos o de ser posible, materializarlos y manipularlos; identificar cuál es la situación de partida y cuál la de llegada, lo que hay que lograr; revisar si se ha trabajado con un problema similar; no apresurarse, esto suele causar el pronunciamiento de ideas que provienen de malas interpretaciones.

Este proceso de familiarización inicial con la situación es muy importante puesto que permite enmarcar adecuadamente el problema, darse cuenta de la información que puede ayudar, la transformación que se ha de aplicar, el esquema que se puede utilizar y, sobre todo, ayuda a que el problema, aunque sea difícil, pierda su aspecto hostil. Las sugerencias o preguntas guía que ofrece el autor son las siguientes: ¿De qué trata el problema? ¿Cuáles son los datos? ¿Qué pide determinar o comprobar el problema? ¿Se dispone de datos suficientes? ¿Guardan los datos relaciones entre sí?

Búsqueda de estrategias, se trata de determinar unas cuantas estrategias para abordar el problema. No ha llegado el momento de aplicarlas, sino de seleccionar dentro del archivo de estrategias del estudiante, cuáles parecen que se adecúan más a la naturaleza del problema.

Desarrollo de la estrategia, momento en el que pasa a aplicarse la estrategia seleccionada. Cuando se tiene un problema sencillo es posible que, tras las primeras dos fases, alguna de las estrategias que se le han ocurrido al estudiante pueda conducirlo hacia la solución del problema, pero cuando el problema es de naturaleza difícil, suele sentir que ninguna de las estrategias que ha planteado lo puedan llevar a un puerto seguro. En este momento es necesario

llevar a cabo el plan de acción que la estrategia sugiere sin doblegarse ante cualquier dificultad, pero sin empeñarse cuando el plan parece conducir a un callejón sin salida. Según el autor, el gráfico de resolución de problemas debería tener el aspecto que se observa en la Tabla 1.

Tabla 1. Gráfico de resolución de problemas

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Familiarizarse	X								
Buscar estrategias		X			X		X		
Realizar			X			X		X	
Revisar				X					X

Nota. Recuperado de “Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos”, de De Guzmán, M., p. 215, Madrid, España: Pirámide.

Es necesario no entusiasmarse con soluciones a medias, si parece que ninguna de las estrategias puestas en marcha, no conduce a ningún objetivo lo mejor es volver a la fase anterior, si al tiempo que se está realizando el plan de ataque surgen nuevas ideas distractoras, es mejor dejarlas a un lado, pero se pueden apuntar aquellas que sirvan de ayuda. A modo de conclusión, el autor sugiere tener en cuenta lo siguiente: llevar a cabo las mejores ideas que se nos hayan ocurrido, una a una; no hay que desanimarse a la primera oportunidad, pero tampoco insistir si las cosas se complican demasiado; reflexionar sobre la validez de cada paso; preguntarse si lo que se ha obtenido es la solución y estudiarla a fondo.

Revisión del proceso, quizás el momento más satisfactorio sea aquel en el que se ha resuelto el problema, es el momento de observar el propio proceso de pensamiento, la actitud frente al problema, si es posible contar con la forma de resolución de otra persona, mucho mejor, es bueno aprovechar el examen de distintas formas posibles de proceder. La reflexión sobre el proceso debe realizarse desde dos puntos de vista distintos, una local, referida al problema concreto que se ha estado manejando hasta hora, y otra más general, global y profunda que trate de ir más al fondo, examinando los posibles bloqueos que se manifestaron, las aptitudes y tendencias que se hacen patentes a través de este ejercicio, los posibles progresos hacia la meta que consiste en mejorar la forma de proceder.

La *reflexión local* debe concentrarse en *examinar el camino seguido*, ¿cuáles han sido los cambios de rumbo en el tratamiento del problema? ¿Qué es lo que los ha motivado? ¿Te acercaste a las estrategias correctas? ¿En qué momento y por qué? O bien ¿cómo es que no se logró dar con las estrategias adecuadas? ¿Te faltaba información sobre el tema en que el problema se encuadraba? ¿Te faltó audacia para proponerte ideas? ¿Falló el tesón para seguir una línea correcta? ¿Cómo se originaron las ideas que más contribuyeron o más te acercaron a la solución? Y en *extraer más provecho de este problema*, tratando de entender la validez de la solución, buscar una manera más simple de resolver el problema, a veces ciertos problemas dan lugar a varias preguntas interesantes.

La *reflexión más profunda*, debería ir haciendo capaz, a través de experiencias repetidas de resolución de problemas, de hacer un diagnóstico, lo más preciso, del propio estilo de pensamiento, ¿visual o analítico? ¿Se depende de la fórmula, la expresión verbal, de la imagen? ¿Se tiene el compromiso con una sola idea, sin flexibilidad? ¿Cómo se podría aumentar la fluencia espontánea de ideas variadas, originales, novedosas? Es necesario volverse sobre el proceso de pensamiento e iniciar una reflexión, bajo la luz de las siguientes sugerencias: Examinar a fondo el camino seguido. ¿Cómo se ha llegado a la solución? O ¿por qué no se ha alcanzado? Buscar ahora un camino más simple, tratar de entender no sólo que la cosa funciona bien sino por qué funciona, reflexionar sobre el proceso de pensamiento y obtener consecuencias de él y estudiar qué otros resultados se podrían obtener con ese método.

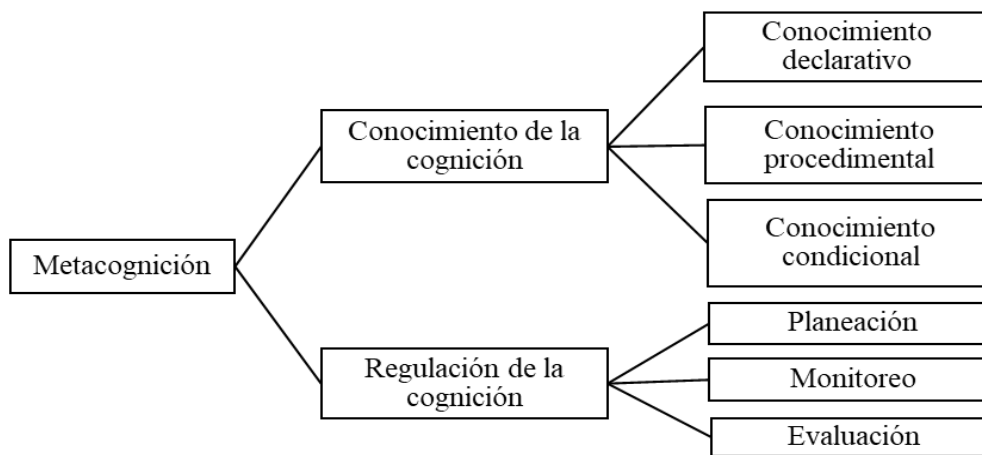
Esta heurística, guarda cierta relación con las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, que se mencionarán más adelante, puesto que, para la resolución de un problema, se hace necesario planear una estrategia, revisar continuamente si está funcionando y evaluar los posibles resultados en concordancia con lo propuesto por la situación.

5.3.2 Planeación, Monitoreo Y Evaluación

Esta propuesta se enmarca dentro de la metacognición, definida por Flavell (1985), como el “conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos” (p.232), referida al conocimiento adquirido en relación con su

propia actividad cognitiva y el conocimiento de las estrategias que pueden ser utilizadas para solucionar determinado tipo de tareas (Flavel, 1987). Schraw & Moshman (1995), realizan una recopilación de las teorías metacognitivas y señalan que es posible evidenciar en la metacognición, dos componentes principales, *el conocimiento de la cognición y la regulación de la cognición*. (Véase figura 1)

Figura 1 Componentes principales de la metacognición



Fuente: elaboración propia

El conocimiento de la cognición hace referencia al conocimiento que tienen las personas sobre su propio conocimiento o sobre la cognición en general, tiene como subprocesos el conocimiento declarativo (conocimiento acerca de las cosas), el conocimiento procedimental (conocimiento sobre cómo hacer las cosas) y el conocimiento condicional (se refiere al por qué y al cuándo de las cosas). El conocimiento declarativo está relacionado al conocimiento que tiene el estudiante de sí mismo y la conciencia de los factores que influyen en su aprendizaje, la forma en que actúa frente a una problemática así como las estrategias y recursos que emplea para conseguir los objetivos planteados; el conocimiento procedimental hace referencia al conocimiento acerca de la ejecución de las habilidades de procedimiento, a utilizar correctamente las estrategias y recursos en el proceso de aprendizaje mientras que el conocimiento condicional, se refiere al saber cuándo y por qué utilizar una acción cognitiva, es el conocimiento acerca de la utilidad de los procedimientos cognitivos, ya que para dar cumplimiento a una tarea, se hace

necesario seleccionar las estrategias más adecuadas, en un esfuerzo por regular el proceso de aprendizaje (Schraw & Moshman, 1995).

La regulación de la cognición es el aspecto de la metacognición que será estudiado en la presente investigación, se refiere a las estrategias metacognitivas que ayudan a controlar el pensamiento o el aprendizaje, está conformada por la planeación, el monitoreo y la evaluación.

Para Tesouro (2015) la **planeación** es entendida como aquellas acciones mediante las cuales el estudiante dirige y controla su conducta. Se llevan a cabo actividades como: establecer las capacidades y metas de aprendizaje, seleccionar los conocimientos previos necesarios para llevar a cabo la tarea, descomponer en pasos sucesivos, programar un cronograma, prever el tiempo, los recursos y el esfuerzo y seleccionar la estrategia a seguir.

Es la etapa inicial antes de realizar cualquier opción, puesto que ofrece la ruta establecida para la solución de la tarea. Exige del sujeto conciencia de la naturaleza de los procesos de aprendizaje y de sus objetivos, de las características de los materiales, del estilo y limitaciones personales y de las estrategias más eficaces en cada caso. En función de lo anterior, el estudiante establece metas y submetas, busca el material necesario y lo organiza, se rodea de las condiciones adecuadas para desarrollar la tarea, prevé las estrategias necesarias, predice los resultados, asigna los recursos y el tiempo disponible y anticipa posibles recompensas a la actuación. (Fernández 1993)

El **monitoreo**, se realiza durante la ejecución de la tarea, en esta etapa, el estudiante realiza actividades de verificación, rectificación y revisión de la estrategia propuesta, formulando preguntas, haciendo un seguimiento del plan trazado, ajustando el tiempo y el esfuerzo requerido para la tarea y seleccionando estrategias alternativas en caso de que las planteadas anteriormente no sean eficaces. Además, con estas acciones se puede comprobar la capacidad que tiene el estudiante para seguir el plan trazado y comprobar su eficacia (Tesouro, 2015).

La **evaluación**, permite verificar el proceso de aprendizaje, revisando los pasos estipulados, valorando si se han cumplido o no los objetivos, evaluar los resultados finales o

decidir cuándo concluir el proceso emprendido o cuándo realizar pausas. Es necesario realizarla, durante y al final del proceso (Tesouro, 2015).

En términos de Jorba & Sanmartí (1993), la evaluación, es considerada como un proceso de regulación del aprendizaje, no sólo por parte de los profesores sino también de los estudiantes. Debe ser un proceso en el que, a partir de la recolección de cierta información, se tomen las decisiones necesarias respecto a los cambios que se deben introducir en el proceso de aprendizaje. En el caso de la resolución de problemas, debe posibilitar más allá del hallazgo de una respuesta, el cuestionamiento acerca de cómo se ha llegado a la solución, o las razones de por qué no se ha llegado, la búsqueda de caminos más simples o la reflexión sobre el mismo proceso de pensamiento del estudiante de tal manera que sirva para el abordaje de problemas futuros. Para Tamayo (2006):

La regulación (o control) metacognitiva se refiere al conjunto de actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje, se relaciona con las decisiones del aprendiz antes, durante y después de realizar cierta tarea de aprendizaje. Se asume que la regulación metacognitiva mejora el rendimiento en diferentes formas: mejora el uso de la atención, proporciona una mayor conciencia de las dificultades en la comprensión y mejora las estrategias ya existentes. Se ha encontrado un incremento significativo del aprendizaje cuando se incluyen, como parte de la enseñanza, la regulación y la comprensión de las actividades. (p. 1).

En este sentido, sostiene que regulación está conformada por tres componentes, la planeación, el monitoreo y la evaluación. La planeación implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento tales como la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; es decir, consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos; “El monitoreo se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución; mientras que la evaluación, se realiza al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia

Estas estrategias metacognitivas le permitirán al estudiante optimizar o reevaluar las estrategias usadas a la hora de resolver algún problema, permitiendo un aprendizaje mucho más

profundo; igualmente, se potenciará el aprendizaje autónomo, puesto que es el mismo estudiante el que debe encontrar las vías necesarias que lo llevarán a la resolución del problema, ensayando distintas alternativas y aprovechando los errores cometidos como fuente de aprendizaje.

Categorías, subcategorías e indicadores.

Tabla 2. Categorías, subcategorías e indicadores para el análisis de la información

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA	INDICADORES
Resolución de problemas auténticos	Heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán)	<ul style="list-style-type: none"> - Familiarización con el problema. - Búsqueda y selección de una estrategia apropiada. - Puesta en marcha de la estrategia. - Reflexión acerca del camino seguido.
	Planeación	<ul style="list-style-type: none"> - Objetivos de aprendizaje. - Conocimientos previos. - Tiempo y recursos. - Estrategia apropiada.
Estrategias Metacognitivas	Monitoreo	<ul style="list-style-type: none"> - Seguimiento al plan trazado. - Estrategias alternativas. - Reasignación de tiempo y recursos. - Búsqueda de ayuda
	Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> - Consecución de los objetivos. - Proceso de aprendizaje.

Nota. A partir de lo consignado en esta tabla se hará el respectivo análisis de los resultados, luego de la implementación de la unidad didáctica.

5.4 MARCO LEGAL

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, se considera a la resolución de problemas como uno de los cinco procesos generales de las matemáticas ya que:

Permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Es importante abordar problemas abiertos donde sea posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna. También es muy productivo experimentar con problemas a los cuales les sobre o les falte información, o con enunciados narrativos o incompletos, para los que los estudiantes mismos tengan que formular las preguntas. (MEN, 2003, p.52).

Aunque dentro del documento, se mencionan pocos estándares que contienen a la resolución de problemas, se afirma que la resolución de problemas podría convertirse en el eje organizador del currículo de matemáticas, ya que las situaciones problema ofrecen el contexto necesario donde la labor matemática cobra sentido, teniendo en cuenta que las situaciones abordadas correspondan a experiencias cotidianas de los estudiantes, a problemas de otras ciencias o de las mismas matemáticas (MEN, 2003).

6 METODOLOGÍA

6.1 ENFOQUE METODOLÓGICO

La presente investigación es de carácter cualitativo puesto que “utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación y puede o no probar hipótesis en su proceso de interpretación” (Hernández, Fernández y Bautista, 2003, p.11). En este caso, se tendrán en cuenta los avances *cognitivos y metacognitivos* que se evidencien en los estudiantes luego de la aplicación de la UD en la que se les instruirá en una manera de abordar la resolución de problemas con números naturales, mediante las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, al igual que la heurística de Miguel de Guzmán.

La investigación es de tipo explicativo puesto que:

Va más allá de la descripción de conceptos o fenómenos o del establecimiento de relaciones entre conceptos; está dirigido a responder a las causas de los eventos físicos o sociales. Como su nombre lo indica, su interés se centra en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se da éste, o por qué dos o más variables están relacionadas. (Hernández et al, 2003, p. 74)

En este caso, se quiere revisar la influencia de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, en la manera en que los estudiantes del grado quinto de la Sede Principal del CE Mirolindo, abordan la solución de un problema con números naturales.

7 CONTEXTO

La propuesta se llevará a cabo con estudiantes de la Sede Principal del CE Mirolindo, Municipio de Argelia Cauca, institución de carácter público, ubicada en la Vereda Mirolindo, a la cual asisten aproximadamente 40 estudiantes desde los grados preescolar a quinto; pertenecientes a los estratos sociales 1 y 2, quienes presentan distintas problemáticas sociales, entre ellas, la inestabilidad familiar y la falta de recursos económicos

La Sede escolar cuenta con dos docentes para atender a la población estudiantil en los seis grados, lo que dificulta la aplicabilidad en los procesos de enseñanza y de aprendizaje porque se manejan multigrados y multiáreas, además, porque se agrupan diversos grados en una misma aula y las edades de los estudiantes distan entre 4 y 5 años.

7.1 UNIDAD DE TRABAJO

La unidad de trabajo objeto de estudio, está conformada por los estudiantes del grado 5° de la Sede Principal del CE, a cargo del maestro que realizará el estudio. El grado 5° cuenta con cinco estudiantes (3 niños y 2 niñas) cuyas edades oscilan entre nueve y once años, a quienes se les aplicaran los instrumentos diseñados en esta investigación: el taller de ideas previas para identificar obstáculos, la unidad didáctica que permitirá evolucionar en el aprendizaje de resolución de problemas y la entrevista semi estructurada para evaluar la efectividad de las actividades desarrolladas.

7.2 UNIDAD DE ANÁLISIS

Para el análisis de la información, se recolectarán los datos de cinco estudiantes de grado quinto puesto que es pertinente fortalecer en ellos, procesos formativos que les serán de gran utilidad en el nivel de secundaria.

7.3 INSTRUMENTOS Y FUENTES DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

7.3.1 Taller De Ideas Previas

Es muy importante que el docente conozca las ideas previas de los estudiantes, de esta forma pueden favorecer el aprendizaje (Caballero, 2008), al trabajar partiendo de las ideas previas de sus alumnos, los docentes pueden detectar las estructuras de conocimiento y las estrategias de razonamiento de los educandos (Duschl, 1995). El taller de ideas previas permitirá identificar los obstáculos que presentan los estudiantes al resolver problemas de números naturales empleando la adición, sustracción, multiplicación y división. Este instrumento contiene situaciones problemas, preguntas directas empleando un lenguaje sencillo donde el estudiante tiene la oportunidad de hacer sus propios argumentos y finalmente el estudiante plantea libremente situaciones problemas demostrando así su competencia propositiva.

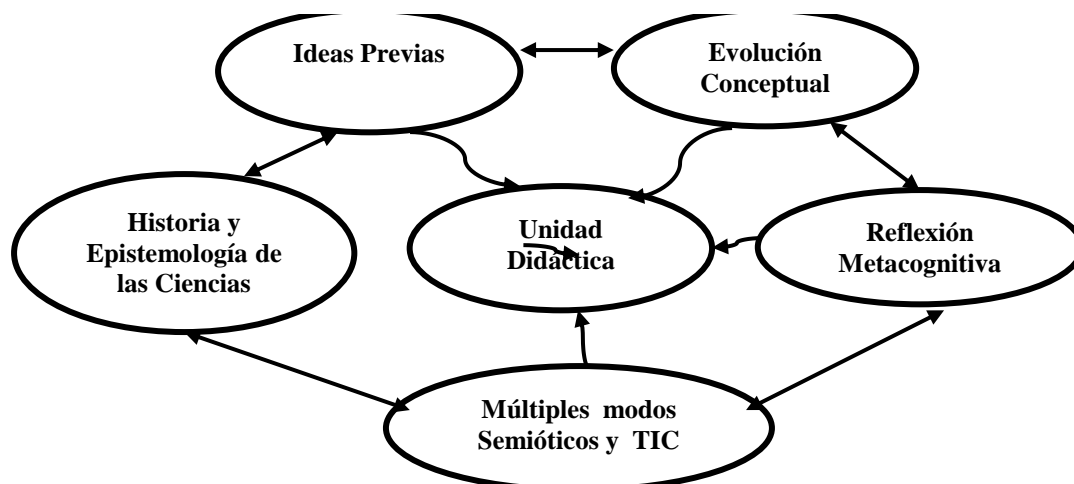
7.3.2 Entrevista Semiestructurada

La entrevista tiene un enorme potencial que nos permite acceder a la parte mental de las personas, de esta manera podemos descubrir su cotidianidad y las relaciones que mantienen (López & Deslauriers, 2011). Esta permite una conversación que conduce a un intercambio de información, con la cual se puede cuestionar al estudiante, acerca de sus pensamientos y las estrategias que utiliza a la hora de resolver un problema. Se aplicará al terminar la UD con la intención de indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas con el desarrollo de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.

7.3.3 La Unidad Didáctica

En términos de Tamayo (2006), y Sánchez & Valcárcel (1993), la unidad didáctica es un proceso flexible de planificación de la enseñanza de los contenidos relacionados con un campo del saber específico para construir procesos de aprendizaje en una comunidad determinada. Debe estar constituida a partir de las ideas previas, la historia y la epistemología de las ciencias, los distintos modos de representación semiótica y las TIC, la reflexión metacognitiva y la evolución conceptual.

Figura 2 Modelo unidad didáctica



Fuente: Tamayo Alzate, O. E., Vasco Uribe, C. E., Suárez De la Torre, M. M., Quiceno Valencia, C. H., García Castro, L. I., & Giraldo Osorio, A. M. (2013). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación.

En la UD (Véase anexo 1) se realizarán diferentes actividades asociadas a la resolución de problemas con números naturales. Además, se instruirá a los estudiantes en la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán y sobre las estrategias metacognitivas de planeación monitoreo y evaluación. Esta intervención será realizada en tres momentos.

En el primer momento, se realizará la aplicación del instrumento taller “Explorando mis conocimientos” donde se plantea situaciones relacionadas con la adición, sustracción, multiplicación y división, con el fin de establecer la forma como los estudiantes solucionan los problemas y evidenciar si aplican estrategias metacognitivas durante este proceso.

En el segundo momento, a partir de los resultados obtenidos en las primeras actividades, se les instruirá a los estudiantes sobre la heurística de resolución de problemas propuesta por Miguel de Guzmán, haciendo referencia a la relación que existe entre esta y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación. En una primera parte, se modelarán distintas situaciones a la luz de la heurística con el propósito que el estudiante interiorice esta manera de abordar un problema; en segundo lugar, se irán presentando sugerencias para que el estudiante ponga en marcha y finalmente, se le presentarán diferentes situaciones que el estudiante pueda trabajar de manera individual o con el apoyo de sus compañeros. Igualmente, durante el desarrollo de estas actividades, se le irán sugiriendo preguntas que permitan observar

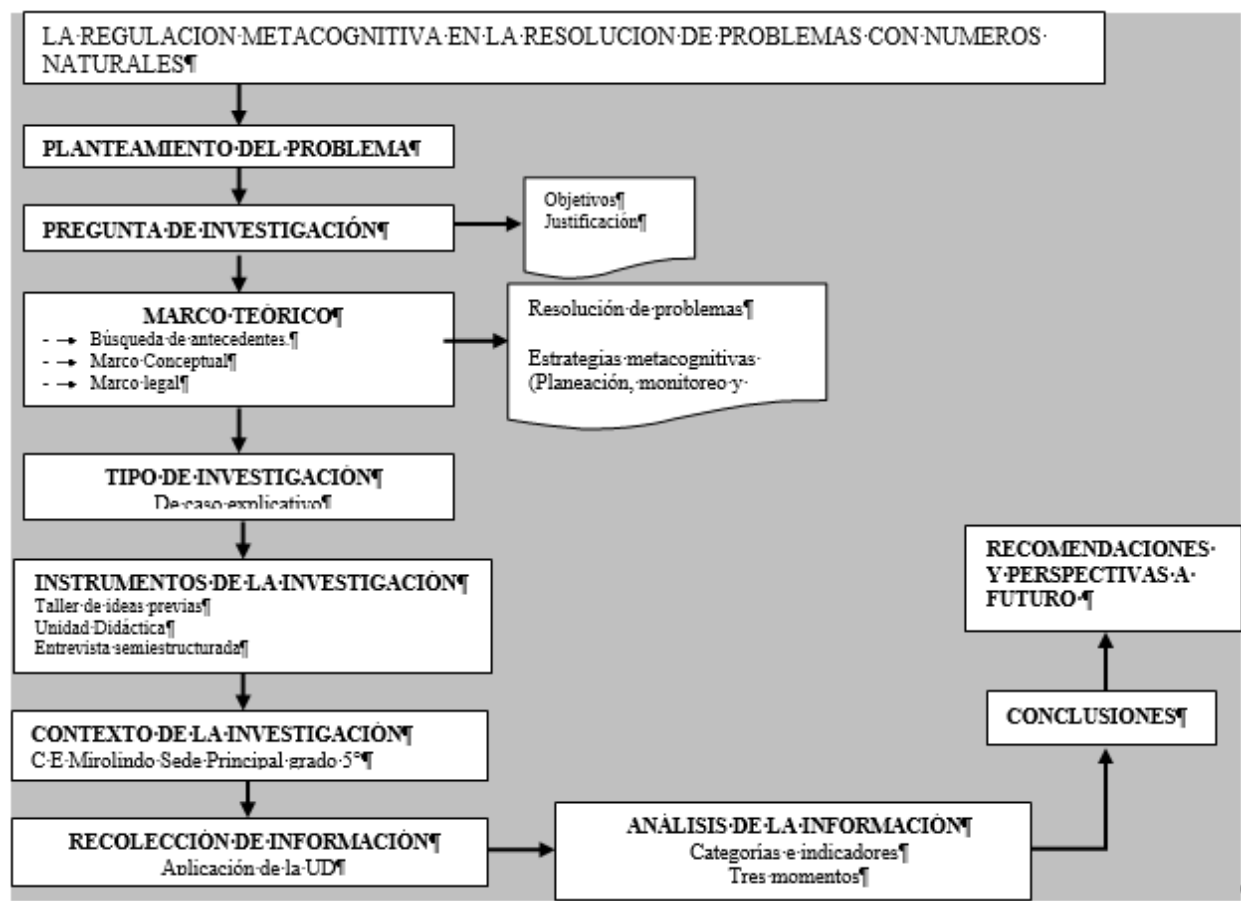
los momentos de planeación que utiliza, la revisión que hace del proceso y la reflexión que realiza al momento de concluir el trabajo, dependiendo de si tuvo éxito o si las estrategias planeadas no condujeron a un resultado positivo.

En el tercer momento, se verificará nuevamente la manera en que los estudiantes abordan la solución de problemas, si se evidencian cada una de las fases de la heurística de resolución de problemas y si se muestran los momentos de planeación, de monitoreo del proceso y de evaluación del proceso de aprendizaje, para esto, se procederá a realizar otra vez la aplicación del taller “Explorando mis conocimientos II” con el fin de realizar un contraste entre la primera aplicación y los resultados obtenidos al final de la intervención pedagógica, posteriormente, se realizará una entrevista con los estudiantes partícipes del estudio con el fin de indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas con números naturales y el desarrollo de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.

Para aplicar la UD se cuenta con un espacio de dos meses con una intensidad horaria semanal de cuatro horas. El análisis se hará partir de la información obtenida en la prueba inicial, la unidad didáctica, las dos aplicaciones del taller “Explorando mis conocimientos” y la entrevista semiestructurada. Posteriormente, se emitirán las conclusiones y las recomendaciones para nuevos estudios al respecto.

7.3.4 Diseño Metodológico (Diagrama de la investigación)

Figura 3 Diagrama de la investigación



Fuente: elaboración propia

8 ANÁLISIS DE INFORMACIÓN

Teniendo en cuenta el tipo de investigación presentado en el diseño metodológico, se realizó un análisis de los datos obtenidos con la implementación de la secuencia de actividades, donde se tuvo en cuenta las respuestas de los participantes con respecto a la resolución de problemas con números naturales y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación. Lo anterior se evidencia, a partir de las categorías, subcategorías e indicadores (véase tabla 2), que se establecieron de acuerdo con el marco teórico de la presente investigación, para constatar si se lograron los objetivos propuestos.

A partir de la información antes descrita tanto de instrumentos y la tabla de categorías, subcategorías e indicadores, se relaciona la información obtenida de acuerdo a los tres momentos (ubicación, desubicación y reenfoque), para lo cual se considerará la siguiente convención: en los diferentes momentos se denominarán a los estudiantes como: E1, E2, E3, E4 y E5.

Siguiendo las recomendaciones de autores como Hernández, Fernández y Batista (2006), el procedimiento para la organización y análisis de los datos fue el siguiente:

1. Se realizó la lectura y estudio detallado de todos los instrumentos aplicados en el desarrollo de la investigación, como: secuencia de actividades y entrevistas
2. Se realizaron las transcripciones de las entrevistas que se produjeron durante la implementación de la secuencia de actividades.
3. Se identificaron las categorías, subcategorías e indicadores, antes mencionados y que están involucrados en las respuestas de las entrevistas y las actividades propuestas en la UD.
4. A partir de la organización de los datos, se realizó el análisis explicativo de cada categoría en relación con las preguntas de la entrevista y las fases de la UD.
5. Finalmente se realizó el análisis interpretativo en relación con los hallazgos cualitativos encontrados, apoyados en la información del marco teórico y en el objetivo general y los específicos. Con toda la información recolectada se procede a iniciar con el análisis a la luz del marco teórico de la investigación y los objetivos planteados; dicho análisis mostrará tanto las respuestas de los participantes como la interpretación por parte del investigador.

8.1 MOMENTO UNO (UBICACIÓN)

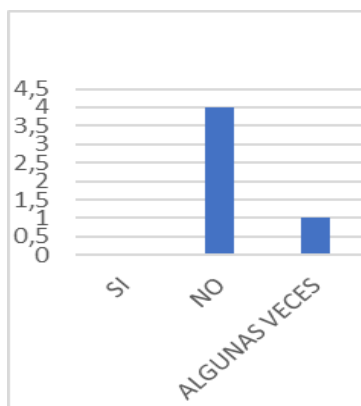
Durante el primer momento, se realizó la aplicación de un taller “Explorando mis conocimientos” estructurado en dos fases: en la primera fase se plantea situaciones problemas relacionadas con la adición, sustracción, multiplicación y división, con el fin de establecer la forma como los estudiantes solucionan los problemas; en la segunda fase se presenta una serie de preguntas abiertas para evidenciar si los estudiantes aplican estrategias metacognitivas durante este proceso. En la tabla 3 se muestran los hallazgos más importantes que se obtuvieron durante este primer momento.

Tabla 3. Análisis momento uno

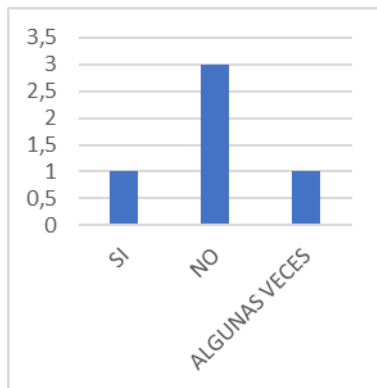
PREGUNTAS	RESPUESTAS	INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS
1. ¿Qué fue lo primero que tuvo en cuenta para resolver los problemas?	E1: Una multiplicación E2: Fue una multiplicación E3: Hacer los números que eran para poder hacer la multiplicación. E4: Fue una multiplicación E5: Fue una multiplicación	Como se puede observar las respuestas de los estudiantes en las cinco preguntas son muy similares, además, se puede ver que no hay respuestas claras y precisas. Esto da a entender que los estudiantes no interpretan la información y por ende se les dificulta dar respuestas escritas explicando el procedimiento empleado al resolver los problemas.
2. ¿Qué pasos utilizó para resolver cada problema?	E1: Leí, resolví E2: La leí y la resolví E3: Leí todos los problemas y los resolví E4: Suma E5: Con la suma	En cuanto al procedimiento que emplean los estudiantes para resolver los problemas se evidencia que la mayoría de ellos utilizan tres pasos (datos, operación, respuesta), identifican los datos explícitos en el problema, resuelven la operación matemática que consideran correcta y finalmente responden la pregunta planteada, mostrando así procedimientos algorítmicos y mecánicos al resolver las situaciones dadas.
3. ¿Por qué cree que la respuesta que eligió para cada problema fue la correcta?	E1: Si porque lo multiplique bien E2: Yo creo por sume-reste y multiplique E3: Porque estoy seguro que estoy bien E4: Porque hice la operación	Presentan dificultades también, al afirmar que los planteamientos están mal redactados, demostrando con ello una inadecuada lectura de los enunciados. Se presentaron errores en los resultados de sus

	bien	respuestas por no comprender la información que se plantea en la situación.
	E5: Porque hice la operación	
	bien	Estos obstáculos son causados por desconocimiento de significado en los conceptos que se deben manejar en las operaciones de suma, resta, multiplicación y división con números naturales, detectándose de esta forma incoherencia en sus respuestas y desacierto en el resultado de los problemas.
4. ¿Conoce otra forma de solucionar los problemas aparte de la que describió?	E1: División E2: Suma resta multiplicación E3: Suma-resta-multiplicación-división E4: Si suma resta multiplicación E5: Suma, resta, multiplicación.	Por lo indagado anteriormente se está de acuerdo con De Guzmán (1995), haciendo referencia al tipo de bloqueos que presenta un estudiante al enfrentarse a un problema cuando se desconoce métodos heurísticos de solución, citando los bloqueos de tipo cognoscitivo:
5. ¿Cuál considera que ha sido la principal dificultad en la comprensión de las situaciones planteadas?	E1: Yo no entendía si la (a) era resta-suma-multiplicación-división E2: La primera actividad para aprender problemas fue multiplicar E3: Fue multiplicar E4: La primera dificultad para resolver aprender problemas fue multiplicar E5: La primera actividad para aprender problemas fue multiplicar.	“Dentro de este tipo de bloqueos se encuentran los siguientes: Incapacidad de desglosar el problema, bloqueos en el ataque al problema, visión estereotipada, tendencia al juicio crítico y rigidez mental. Todos los bloqueos mencionados se refieren a las dos fases distintas de nuestro tratamiento del problema: la percepción del problema y el ataque al problema” (p. 27). De las ideas previas que expusieron los estudiantes, es importante destacar la planeación que realizaron antes de resolver las situaciones o los planes que elaboraron, por lo que en su mayoría no presentan planes secuenciales sino de forma algorítmica. Es así como Brown (citado por Tamayo, 2006, p. 3), establece que la planeación implica “Selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento; la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; consiste en anticipar las actividades, prever

¿Elaboro graficas o dibujos para entender mejor la situación planteada?. (Uso de registros semióticos)



¿Pienso en varias maneras de solucionar problemas y luego escojo la mejor opción?. (Proceso de planeación)



resultados, enumerar pasos”. Por lo evidenciado en sus respuestas no hay seguimiento de sus estrategias en la secuencia de pasos que describen ni procesos de verificación y comprobación de los resultados de sus respuestas.

Así mismo, se aprecia que los estudiantes dedican muy poco tiempo a la elaboración de representaciones mentales que les permitan una comprensión mucho mayor de las características del problema. “En el novicio la representación inicial despierta tal vez esquemas escasos y pobres y con facilidad puede ser conducido a tratar de desarrollar esquemas que son inadecuados para lo que se pretende” (De Guzmán, 1995, p.246).

Suelen quedarse con sólo una manera de solucionar los problemas, en el momento en el que encuentran una que funcione (o puede que no), no se esfuerzan por encontrar otra que pueda ser mucho más eficiente.

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes en el instrumento de ideas previas.

Es pertinente reconocer que todos estos datos fueron posibles gracias a que cada estudiante desarrollo las situaciones planteadas de la manera en que habían venido trabajando anteriormente, en la primera fase del taller. En la segunda fase se les preguntó y respondieron por escrito sobre las acciones que realizan mientras resuelven el problema.

8.2 MOMENTO DOS (DESUBICACIÓN)

A partir de los hallazgos encontrados en el momento de ubicación, se procedió a la enseñanza de una manera de abordar la solución de un problema (Heurística de Miguel de

Guzmán), solicitando que el estudiante exteriorizara a cada momento, cada una de las acciones que iba realizando.

8.2.1 Categoría Resolución De Problemas

Durante este momento, se realizó la enseñanza de la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán, aquí se realizó la explicación paso a paso, se propusieron actividades con elementos del medio (tapas, semillas) donde los estudiantes manipularon los objetos, exploraron sus conocimientos y propusieron la solución a la situación planteada, de forma individual aplicando la heurística aprendida anteriormente.

Familiarización con el problema.

Las preguntas enfocadas hacia esta primera fase de la heurística de resolución de problemas, pretendían que el estudiante reconociera la información importante del problema, lo pudiera expresar con sus propias palabras e identificara el procedimiento adecuado para abordar su solución. Las respuestas de los estudiantes se observan en las tablas 4 y 5.

Tabla 4. Familiarización con el problema

PREGUNTAS	RESPUESTAS	INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS
Nombre del protagonista del cuento	E1: David y Samuel. E2: David E3: Samuel y David E4: Samuel y David E5: David	Uno de los grandes retos que enfrentan los estudiantes es el uso de los conocimientos matemáticos en la resolución de problemas, cuyos datos tienen que ser leídos de manera independiente para resolverse. Se puede afirmar que la primera dificultad es la comprensión lectora matemática porque a veces no
Lo que le regalo el hermano a David	E1: auto. E2: A David su hermano le regalo un carro E3: auto E4: auto E5: carro	comprenden el lenguaje, ya que desconocen las palabras, los símbolos y las figuras, aunque tengan los conocimientos relacionados con las operaciones. Esta actividad se aplicó con el propósito estimular la comprensión lectora en los estudiantes del grado
¿En qué época	E1: navidad	quinto, a través de la lectura de cuentos, ejercitar la

le dio el regalo?	E2: En navidad E3: navidad E4: navidad E5: en navidad	agilidad mental para un adecuado desarrollo de la capacidad de: Atención, Concentración, análisis, síntesis, inducción y deducción. La motivación en los estudiantes, permite que ellos entren en un ambiente cómodo e interesante y que se familiaricen con la lectura comprensiva. A través de las respuestas, se puede observar que los estudiantes hicieron el ejercicio de lectura y que han interpretado la información del texto.
¿Cómo era el hermano de David?	E1: buen hermano E2: El hermano de David era muy buena gente. E3: bueno E4: bueno E5: bueno	

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a la fase de motivación.

Tabla 5. Respuesta estudiantes primera fase heurística de Miguel de Guzman.

PREGUNTAS	RESPUESTAS	INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS
¿Qué datos proporciona el problema?	E1: El recorrido en metros 15, 18 y 23 E2: 15 m, 18m y 23m E3: Los metros E4: 15+18+23 E5: la longitud	Teniendo en cuenta las respuestas de los estudiantes se logra observar que en los diferentes problemas propuestos: - Comprendieron la información presentada de manera acertada. - Lograron identificar de manera correcta los datos explícitos que proporciona el problema.
¿Qué datos pide?	E1: El total del recorrido E2: la longitud E3: lo que recorrió E4: el total de la carrera E5: lo que recorrió en la carrera.	- Realizaron una traducción de la situación a términos mucho más conocidos por ellos. - Comprendieron qué era lo que debían hacer, es decir, lograron identificar el propósito de la situación planteada tratando de dar solución y responder la pregunta.
¿Cuál fue la longitud alcanzada en todas las carreras?	E1: 56 E2: Silvia recorrió en la pista 56 metros en total E3: la longitud alcanzada de Silvia fue 56 E4: Silvia recorrió 56 metros E5: 56	- Hicieron una reflexión interna sobre la operación matemática que debían aplicar para llegar a la solución del problema. De acuerdo con de Guzmán (2007), en esta fase de familiarización con el problema, cada uno de los estudiantes realizó una manipulación autónoma que les

permitió reconocer la información relevante, las dificultades que presentaba el problema y llevar a cabo un análisis de su estructura, con el fin de revisar si ya se había trabajado un problema similar. En este caso, lograron identificar en uno de los problemas, la estructura de tipo aditiva, en otros, hallaron una estructura de tipo multiplicativa, estructuras en las que se habían ocupado anteriormente.

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a la primera fase de la heurística de Miguel de Guzmán.

Búsqueda de una estrategia adecuada.

Durante este momento, se le pidió al estudiante que elaborara una estrategia para la solución de cada uno de los problemas que se les presentaron. Las respuestas de los estudiantes se han registrado en la tabla 6.

Tabla 6. Búsqueda de una estrategia apropiada

PREGUNTAS	RESPUESTAS	INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS
¿Cuál es la estrategia que vas a utilizar para hallar la respuesta a la pregunta del problema?	<p>E1: “leer el problema”,- “pensar”,- “ubicar los números”,- “hacer la suma y responder la pregunta”.</p> <p>E2: “leer el problema”- “observar los datos y hacer una suma”.</p> <p>E3: “ordenar”- “sumar para responder la pregunta”.</p> <p>“Mirar si está bien”.</p> <p>E4: “leer luego colocar los datos ordenados y hacer la operación”. “Responder”.</p> <p>E5: “mirar”-, “leer – “ordenar”-, “sumar y responder”.</p>	<p>Teniendo en cuenta las respuestas de los estudiantes se observa:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Un alto nivel de comprensión lectora que permitió la construcción de la secuencia de pasos para responder a la situación planteada. - Muchos de los pasos contruidos fueron realizados por ensayo y error, hasta encontrar la acción adecuada que diera solución a la situación planteada. - En la elaboración de cada uno de los pasos de la estrategia se observan acciones bastante específicas que pueden ser llevadas a cabo muy fácilmente. - La secuencia de pasos elaborada, permite llegar a la solución de cada uno de los problemas presentados.

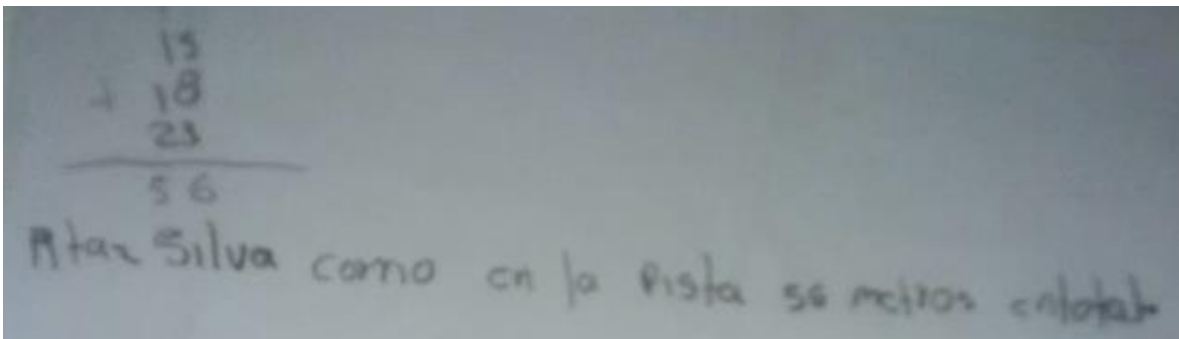
A partir de los ensayos diversos que realizaron los estudiantes, lograron elaborar un plan de acción que les permitiera resolver el problema (de Guzmán 2007). Se resalta igualmente, la construcción de un único plan de acción, estrategias alternas no son tenidas en cuenta por los estudiantes.

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a la segunda fase de la heurística de Miguel de Guzmán.

Puesta en marcha de la estrategia

Durante el desarrollo de las actividades planteadas, se observa que cada uno de los estudiantes siguen al pie de la letra cada una de las estrategias propuestas en la fase anterior, sin embargo, como lo mencionan Buitrago y García (2012), los estudiantes son incapaces de describir o explicar las acciones de verificación que realizan para seguir la estrategia propuesta, a pesar de su uso evidente, como se ve en la figura 4.

Figura 4 Desarrollo de la estrategia. Guía No.2



Fuente: elaboración propia

En la figura 5, se evidencia cómo la estudiante E4, elabora la lista de cada uno de los elementos que se plantean en la situación (primer paso), ordena los datos identificados anteriormente, plantea y resuelve la operación (segundo paso), posteriormente da respuesta a la pregunta formulada en el planteamiento del problema (tercer paso).

Figura 5 Desarrollo de la estrategia guía No.3

2. Resuelva los problemas

a). En un almacén una madre le compra a su hijo un pantalón cuyo costo es de \$54.000, una camiseta que tiene el valor de \$39.000 y unas medias por \$8.500. ¿Cuánto pagó por sus compras?

Datos	Operación	Respuesta
Pantalón	54.000	la mamá
54.000	+ 39.000	Pago 101.500
Camiseta	8.500	Por toda
39.000	<hr/>	la ropa.
medias	101.500	
8.500		

Fuente: elaboración propia

Aunque esto se dio en las primeras actividades, en la figura 6 muestra el momento en que los estudiantes empiezan a aplicar la estrategia planteada resolviendo una situación problemática empleando semillas y tapas de gaseosa.

Figura 6 Aplicación de la estrategia guía No.4



Fuente: elaboración propia

En las anteriores imágenes se muestra cómo los estudiantes logran encontrar una estrategia que le permitiera llegar a la solución del problema y llevarla cabo, realizando el plan de acción que la estrategia requería (De Guzmán, 1995). Se resalta el cumplimiento de los estudiantes a cada uno de los pasos que propuso en la fase de búsqueda y elaboración de estrategias, sin desviarse del plan propuesto.

Reflexión acerca del camino seguido.

Como lo menciona De Guzmán (1995), si el estudiante se conoce a fondo a sí mismo en lo que se refiere a la capacidad para resolver problemas, sabrá cuáles son sus puntos fuertes, aquellas destrezas en las que manifiesta un cierto gusto especial y una señalada capacidad. Esto le proporcionará una pista sobre el tipo de problemas y de actividad heurística en que puede ocuparse con más confianza y probablemente con más éxito; del mismo modo, sabrá también de

sus defectos, será capaz de disolver posibles engaños sobre sí mismo y estará atento a cualquier posibilidad de fallo importante al que sus puntos débiles puedan conducirle. Por otra parte, si el estudiante sabe cuáles son sus carencias, podrá poner manos a la obra con afán para subsanarlas, estando atento a ellas y observando con interés la actividad de quienes puedan enseñarle a proceder más adecuadamente.

Durante el segundo momento, se les preguntó a los estudiantes si existían maneras diferentes para solucionar el problema, acerca de sus dificultades, si lograron solucionar el problema y si consideraban que las respuestas ofrecidas eran correctas, sus respuestas se muestran en la tabla 7.

Tabla 7. Respuesta estudiantes tercera fase heurística de Miguel de Guzman.

PREGUNTAS	RESPUESTAS	INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS
¿Existe otra manera de solucionar el problema?	E1: “No” E2: “No creo” E3: “Ninguna” E4: “No” E5: “Tal vez no”	Con los instrumentos propuestos para el momento dos, se pudo notar que: - Los estudiantes luego de encontrar una manera de solucionar el problema, no realizan la búsqueda de una manera más simple para resolverlo emplean la que encontraron primero.
¿Qué dificultades tuviste?	E1: “No tuve problemas” E2: “tuve que leer el problema varias veces” E3: “Algunos problemas no pude hacer” E4: “Al principio no sabía que operación hacer, luego ya porque pedí explicación”. E5: “No entendía y mi amiga me indico como era”	- Los estudiantes son conscientes de cuando no logran entender algunas cosas del problema y requieren el apoyo de un agente externo, en muchos de los casos, solicitaron ayuda al profesor para superar las dificultades presentadas. - Los estudiantes luego de leer la información brindada en la situación planteada encontraron los pasos en los que se había cometido algún error, los corrigieron y llegaron a solucionar la actividad de manera correcta.
¿Por qué crees que los resultados son correctos?	E1: “Hice la suma bien” E2: “Esta bien hecha la operación” E3: “De los que hice si está	- Existe en los estudiantes la necesidad de consultar con una fuente externa que les permita superar las dificultades y hallar una solución acertada al

	bien la respuesta”	problema. Al mismo tiempo, requieren la
	E4: “yo sume bien”.	aprobación por parte del profesor de cada una de
	E5: “Pues algunas respuestas	las acciones que realizan.
	están regulares”	- En el caso del estudiante E5, reconoce que no
¿Pudiste	E1: “si porque leí bien”	entendió algunas de las preguntas planteadas en los
solucionar el	E2: “leí el problema varias	problemas, sin embargo, no solicitó ayuda alguna
problema?	veces y ya pude resolverlo”	y no logró solucionar los problemas.
	E3: “Una parte si”	- A pesar de las dificultades presentadas, son muy
	E4: “Si claro”.	pocos los estudiantes que reconocen que durante el
	E5: “No entendía”	desarrollo de las actividades se les presentaron
¿Lograste	E1: “No tuve errores”	obstáculos que fueron superados con el apoyo de
encontrar los	E2: “Si cuando leí el	sus compañeros o del profesor.
errores en la	problema varias veces”	- Los estudiantes no suelen dedicar mayor esfuerzo a
solución del	E4: “Si cuando me	la búsqueda de estrategias alternas para llegar a la
problema?	explicaron entendí”.	solución del problema.
	E5: “No”	- Algunos de los estudiantes no buscan apoyo de
		fuentes externas cuando no comprenden del todo la
		información o las preguntas que se plantean.
		A nivel general, se observa que aún esta fase de
		reflexión no es desarrollada de la manera más honesta
		posible, sin embargo, les permitió a los estudiantes,
		revisar el camino que habían seguido hasta la solución
		del problema; mejorar sus procesos de pensamiento;
		observar su actitud frente al problema e identificar el
		por qué llegaron a resolverlo (de Guzmán, 1995).

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a la tercera fase de la heurística de Miguel de Guzmán.

8.2.2 Categoría: Estrategias Metacognitivas.

Planeación.

Dentro de las estrategias metacognitivas descritas por Tesouro (2015), se pueden considerar como acciones de planeación: a) objetivos de aprendizaje; b) selección de conocimientos previos; c) prever el tiempo y los recursos y d) seleccionar la estrategia a seguir.

Objetivos de aprendizaje.

Como lo mencionan Jorba y San Martí (1993), “si se quiere conseguir una enseñanza eficaz conviene que los estudiantes sean conscientes de lo que van a aprender y del porqué se proponen unas determinadas actividades para facilitar este aprendizaje” (p.10). A pesar de que, en ninguno de los problemas planteados durante el desarrollo de la UD, los estudiantes manifiestan explícitamente los objetivos que se plantean mientras están desarrollando una actividad, gracias a la aplicación del taller de ideas previas, se logra evidenciar que internamente sí lo realizan.

Si bien en cada uno de los inicios de las clases, el maestro enuncia el propósito de las mismas, es difícil determinar si este coincide con el propósito u objetivo que se traza el estudiante. De la misma manera, para el maestro, el propósito implícito de la resolución de un problema es que el estudiante llegue a resolverlo aplicando alguno de los aprendizajes realizados en clase, sin embargo, puede ser que para el estudiante, este no sea el propósito, en varios casos se observó que para el estudiante era más importante la calificación numérica que el aprendizaje logrado con el desarrollo de las actividades.

Conocimientos previos.

En la actividad del taller de ideas previas se presentaron diversas situaciones problemáticas con números naturales a ser resueltas con las cuatro operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación, división). En las respuestas de los estudiantes se observa que la mayoría utilizó el procedimiento algorítmico (Véase figura 6) y que solucionaron satisfactoriamente la actividad.

- *Iván tenía ahorrado 280.000 pesos y Vanessa le pidió 123200 pesos. ¿Cuánto dinero le quedó a Iván?*
- *Lupe tiene 18 cajas con 150 canicas en cada una. ¿Cuántas canicas tiene en total?*
- *Mariana quiere saber cuánto tiene que pagar cada mes, durante un año, por una moto que le costó 4.320. 000 pesos.*

Figura 7 Conocimientos previos

The image shows handwritten mathematical work on a grid background. It contains three problems, each with a calculation and a response (Rta=).

Problem 1:
$$\begin{array}{r} 280.000 \\ - 723.000 \\ \hline 756.800 \end{array}$$
 Rta= A Ivan le quedaron 756.800 pesos

Problem 2:
$$\begin{array}{r} 750 \\ \times 18 \\ \hline 13500 \\ + 1500 \\ \hline 2700 \end{array}$$
 Rta= en total hay 2700 canicas

Problem 3:
$$\begin{array}{r} 11320.000 \\ \div 31 \\ \hline 360.000 \end{array}$$
 Rta= en cada mes tiene que pagar 360.000 pesos

Fuente: elaboración propia

Tiempo y recursos.

En los momentos de *ubicación* y *reenfoque*, los estudiantes no tienen en cuenta en la planeación, el tiempo y los recursos necesarios para abordar la solución de los problemas planteados en la UD. Es posible que esta baja consciencia del tiempo y los recursos que se requieren para iniciar la solución de una tarea o un problema, se deban entre otros, a la marcada tradición de los maestros de matemáticas de darle más importancia a la respuesta, que a la comprensión del problema y la elaboración de un plan de acción que les permita a los estudiantes llegar a una solución adecuada.

Estrategia apropiada.

La elección de una estrategia apropiada les permite a los resolutores de problemas, la construcción de una serie de pasos y un orden a seguir en el proceso de solución de un problema. En este proceso debe invertirse una buena cantidad de tiempo, pero luego de encontrar una estrategia adecuada, el trabajo fluirá rápidamente (Tesouro, 2015).

Dentro de lo que se pudo observar al realizar las actividades, es que al inicio, la búsqueda de una estrategia apropiada no era tan importante para los estudiantes, directamente empezaban a realizar operaciones con los valores numéricos que aparecían en el problema, confirmando uno de los hallazgos encontrados por Troncoso (2013); así mismo, los pasos que iban señalando no

eran específicos con respecto al problema, sin embargo, esto fue cambiando a medida que se fueron trabajando las demás actividades, ya que los estudiantes dedicaron un poco más de atención a este proceso y por consiguiente los resultados fueron mucho más satisfactorios.

Con respecto a la *búsqueda y selección de una estrategia apropiada*, en la actividad planteada se obtuvieron las siguientes respuestas de los estudiantes:

- E1: “leer el problema” – “identificar los datos conocidos” – “hacer la operación” – “responder”.
- E2: “leer el problema” – “observar los datos y hacer una suma”.
- E3: “ordenar” – “sumar para responder la pregunta”. “Mirar si está bien”.
- E4: “leer luego colocar los datos ordenados y hacer la operación”. “Responder”.
- E5: “mirar”-, “leer – “ordenar”-, “sumar y responder”.

Teniendo en cuenta lo manifestado por los estudiantes, se observa la comprensión total de la situación, después de hacer la lectura como un paso de la estrategia, tal como lo afirman; gracias a esto, lograron identificar que el problema podía ser resuelto mediante la aplicación de una suma (para el caso expuesto anteriormente) y dar la respuesta al interrogante.

En las actividades propuestas para conocer *los pasos* que los estudiantes emplean para resolver las situaciones problemas, tenemos las siguientes respuestas:

- E1: - “escribí los datos” – “sume” – “respondí”.
- E2: - “observar los datos y hacer una suma” – “responder”.
- E3: “ordenar los números” – “sumar”. “Mirar la respuesta”.
- E4: “colocar los datos ordenados y hacer la operación”. “Responder”.
- E5: “mirar”-, “leer – “ordenar”-, “sumar y responder”.

En la actividad los estudiantes coincidieron en los pasos para solucionar el problema, primer paso: identificar los datos y ordenarlos; segundo paso: hacer la suma; tercer paso: responder la pregunta.

Con las actividades se evidencia que el estudiante es capaz de construir una estrategia para la resolución de un problema, y además, puede validar la información que se le ofrece, trazar los pasos a seguir de acuerdo al planteamiento del problema.

Monitoreo

Para Tesouro (2015), durante el monitoreo, se llevan a cabo las siguientes acciones: a) seguimiento al plan trazado; b) búsqueda de estrategias alternativas; c) reasignación de tiempo y recursos y d) búsqueda de ayuda.

Si bien se lograron grandes avances en los ítems a) y d), se evidencian grandes falencias en la búsqueda de estrategias alternativas y la reasignación de tiempo y recursos, para los estudiantes encontrar nuevas estrategias de solución, no es un paso relevante.

Seguimiento al plan trazado.

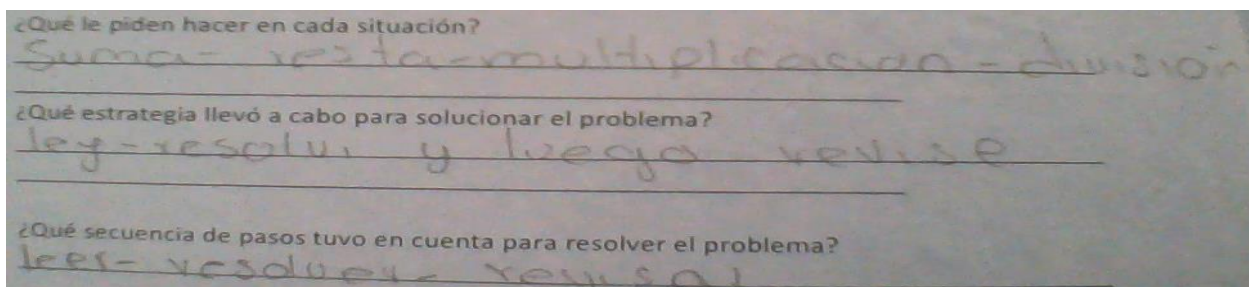
A partir del segundo momento, se les pidió a los estudiantes que después de resolver los problemas planteados respondieran de manera personal y muy consciente las siguientes preguntas:

- a) *¿Qué le piden hacer en cada situación?*
- b) *¿Qué estrategia llevó a cabo para solucionar el problema?*
- c) *¿Qué secuencia de pasos tuvo en cuenta para resolver el problema?*

A partir de esta instrucción se logró evidenciar que todos los estudiantes fueron conscientes de la necesidad seguir una estructura y orden en los pasos empleados; además, de comprender que al resolver situaciones problémicas siempre se llevan a cabo secuencias lógicas para que los resultados sean eficientes.

- Respuesta E1.

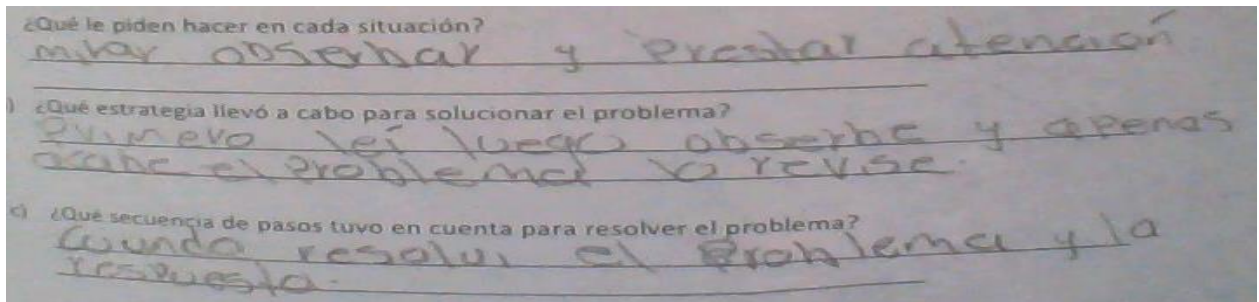
Figura 8 Respuesta estudiante pasos para resolver un problema



Fuente: elaboración propia

- Respuesta E2

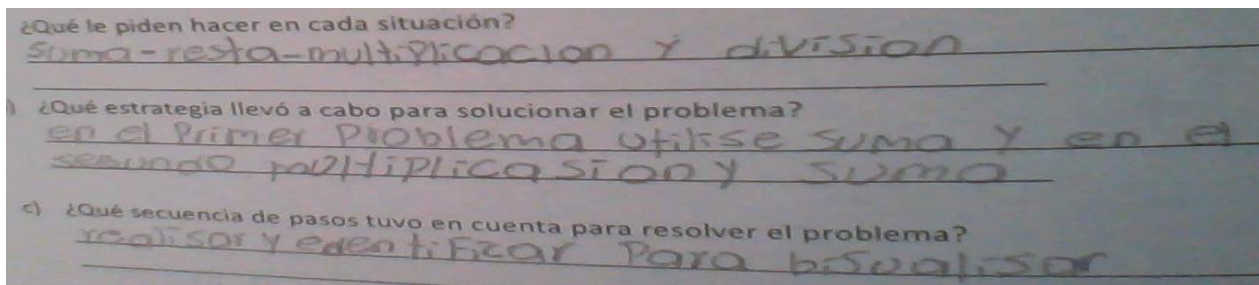
Figura 9 Respuesta estudiante pasos para resolver un problema



Fuente: elaboración propia

- Respuesta E3

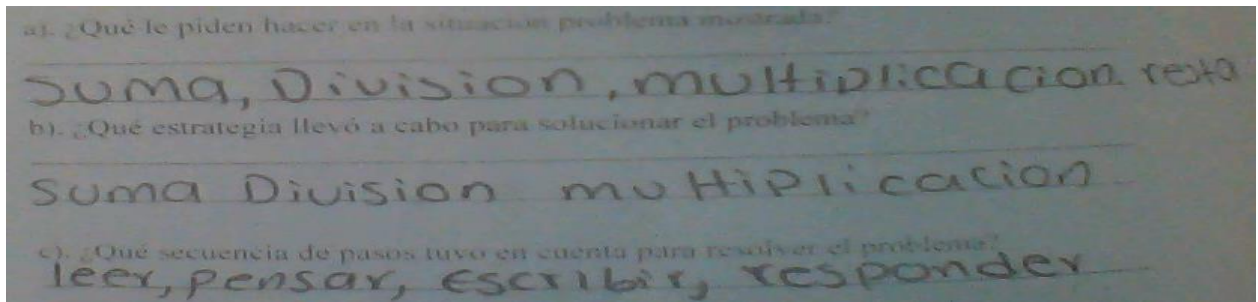
Figura 10 Respuesta estudiante pasos para resolver un problema



Fuente: elaboración propia

- Respuesta E4

Figura 11 Respuesta estudiante pasos para resolver un problema



Fuente: elaboración propia

Tal como lo indica Tamayo (2006), estas acciones de los estudiantes hacen evidente el proceso de regulación metacognitiva puesto que está verificando y rectificando la estrategia seguida.

Estrategias alternativas.

Durante las actividades, se les preguntó a los estudiantes si existía otra manera para solucionar los problemas que se les habían presentado. Como se observa en la tabla 8, la mayoría considera que no existe ninguna otra manera para resolver los problemas planteados, confirmando uno de los hallazgos de Buitrago y García (2012).

Tabla 8. Estrategias Alternativas - Momento de desubicación

PREGUNTAS	RESPUESTAS	INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS
¿Existe otra manera de solucionar el problema?	E1: "No"	Cabe resaltar, que las actividades fueron resueltas, utilizando las operaciones básicas con números naturales (adición, sustracción, multiplicación, división).
	E2: "No creo"	
	E3: "Ninguna"	
	E4: "No"	En la mayoría de las respuestas de los estudiantes, se mantiene lo observado desde el momento de ubicación, en donde los estudiantes muestran dificultades para la elaboración de una segunda estrategia o plan de acción que les permita resolver el problema, se quedan con el primero que construyen, así existan formas mucho más eficientes para solucionar las actividades planteadas.
	E5: "Tal vez no"	

Nota. Respuestas de los estudiantes, enfocadas a la búsqueda de nuevas estrategias para la solución del problema.

Reasignación de tiempo y recursos.

En los tres momentos, no se tienen evidencias escritas de ninguno de los estudiantes respecto a una reasignación del tiempo y los recursos para llegar a resolver un problema. Esto se debe en gran medida a las dificultades que presentan los estudiantes para encontrar una estrategia alternativa, hacer un mayor esfuerzo y arriesgarse a proponer otra alternativa.

Mediante la observación que se realizó, en relación con el tiempo, se podría decir que los estudiantes no son conscientes de este recurso, para ellos, el tiempo necesario para resolver las actividades depende de la duración de las clases, ya que al final de ellas, deben mostrar o entregar lo que han realizado. En el caso de los elementos que necesitan a la hora de emprender la resolución de un problema, les basta con una hoja, lápices, esferos, borradores por si se equivocan y reglas o escuadras para las representaciones del problema.

Búsqueda de ayuda.

Desde la perspectiva de Fernández (1993), es importante que el estudiante busque la ayuda de los compañeros, del profesor o de otros adultos, ya que de esta manera pueden reconocer información que no se ha tenido en cuenta y superar las dificultades que se les han presentado. En el análisis hecho durante los tres momentos, se observó que los estudiantes buscaban apoyo entre ellos, o en la mayoría de los casos, solicitaban apoyo del maestro. A continuación, se enuncian algunas de las afirmaciones que realizaron los estudiantes respecto a la búsqueda de ayuda:

E3: “Algunos problemas no pude hacer”

E4: “Al principio no sabía que operación hacer, luego ya porque pedí explicación”.

E5: “No entendía y mi amiga me indico como era”

No obstante, como le ocurrió al estudiante E3, consideró la falta de comprensión de algunos problemas planteados, pero aun así, no solicitó apoyo para solucionar sus dudas al cuestionarlo por este comportamiento, manifestó que abandonó el desarrollo de la actividad simplemente porque no la entendió y no buscó ayuda en sus compañeros o en el docente para superar las dificultades presentadas.

Evaluación.

Para Tesouro (2015), es importante que el estudiante realice una evaluación antes y después de realizar una actividad, pidiéndole que autoevalúe su grado de confianza en las respuestas que proporciona a las preguntas o que autoevalúe sus expectativas y posibilidades de éxito antes de comenzar una actividad, es por esta razón, que se hace necesario que el estudiante realice una revisión acerca de: a) la consecución de los objetivos y del b) proceso de aprendizaje.

Consecución de los objetivos.

Durante la primera aplicación del *taller de ideas previas*. (véase figura 10), se observa que muchos de los estudiantes no se cuestionan acerca de si han aprendido lo que querían aprender en las clases o mientras desarrollan una actividad, para algunos es algo intrascendente y sin ninguna importancia. Por otro lado, muchos de los estudiantes que consideran necesario preguntarse si realmente han aprendido lo que necesitaban aprender, suelen tener mejores resultados en las actividades. Llevada a cabo la segunda aplicación del *taller “explorando mis conocimientos”*. (véase figura 11), se evidencia que la mayoría de los estudiantes del curso, consideran importante realizar una reflexión interna sobre la consecución de los aprendizajes que estaban planteados en las clases y durante el desarrollo de las actividades.

Figura 12 Item 2. Taller de ideas previas.

	Primera aplicación	Segunda
¿Por qué cree que la respuesta que eligió para cada problema fue la correcta? Justifica tu respuesta.	¿Por qué cree que la respuesta que eligió para cada problema fue la correcta? Justifica tu respuesta.	¿Por qué cree que la respuesta que eligió para cada problema fue la correcta? Justifica tu respuesta.
E1:- “ <i>puede ser que si</i> ” E2:- “ <i>Si</i> ” E3:- “ <i>Aja, no se</i> ” E4:- “ <i>Yo creo que si</i> ” E5:- “ <i>No se</i> ”	E1:- “ <i>si porque lo multiplique bien</i> ” E2- “ <i>si, porque estoy seguro que estoy bien</i> ” E3:- “ <i>si, yo creo porque sume, reste y multiplique bien</i> ” E4:- “ <i>Hice la operación bien</i> ” E5:- “ <i>Porque hice la operación bien</i> ”	

aplicación

Fuente: elaboración propia

Proceso de aprendizaje.

Como lo menciona Tesouro (2015), es necesario que el estudiante se autointerroge sobre los propios conocimientos y mecanismos utilizados antes, durante y después de llevar a cabo un aprendizaje. Durante este momento, se quiso indagar acerca de las dificultades de los estudiantes, la validez de los resultados y si lograron solucionar el problema. Las respuestas se han registrado en la tabla 9.

Tabla 9. Evaluación proceso de aprendizaje - Desubicación

PREGUNTAS	RESPUESTAS	INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS
¿Considera que la forma de plantear el problema le ayudará a encontrar la respuesta?	E1: “sí” E2: “sí” E3: “sí” E4: “sí” E5: “sí”	En esta actividad se evidencia un poco más de seguridad en las afirmaciones de los estudiantes respecto al proceso que tuvieron que llevar a cabo para encontrar la solución del problema, enuncian las dificultades que se les presentaron y la forma en que superaron esas dificultades (mediante preguntas al maestro o al compañero).
¿Qué debe tener en cuenta para dar la respuesta?	E1: “leer, resolver-revisar” E2: “leer y observar para resolver la respuesta” E3: “leer y resolver el problema” E4: “datos operación respuesta” E5: “datos operación respuesta”	Por otro lado, se evidencia la falta de búsqueda de apoyo que adquieren algunos estudiantes cuando no entienden la información del problema y en el caso del estudiante E3, se aprecia la dificultad para aceptar que se han tenido dificultades y que se ha tenido que buscar apoyo, algo que no manifiesta en su respuesta.
¿Qué inconvenientes cree que tuvo en la solución del problema?	E1: “No tuve problemas” E2: “tuve que leer el problema varias veces” E3: “Algunos problemas no pude hacer” E4: “Al principio no sabía que operación hacer, luego ya porque pedí explicación”. E5: “No entendía y mi amiga me	

8.3 MOMENTO TRES (REENFOQUE)

Para este momento, se realizó una nueva aplicación del taller “*explorando mis conocimientos*”, y una *entrevista semiestructurada* con el propósito de indagar acerca de la efectividad de las actividades propuestas en la UD y determinar si las dificultades encontradas en el momento de ubicación, fueron superadas.

8.3.1 Categoría resolución de problemas.

Familiarización con el problema

Durante el momento de reenfoque, se les hizo las siguientes preguntas a los estudiantes:
¿Considera que es necesario seguir una secuencia de pasos al momento de resolver un problema?
Sí__ No__ ¿Por qué? _____

E1: - “ si claro-porque así podemos ordenar la información y responder la pregunta y saber si está bien, las gráficas nos ayudan a entender mejor ”

E3: “si porque se lee el problema, se escriben los datos y se hace la operación para saber la respuesta”.

En las respuestas de los estudiantes se observa la apropiación de la necesidad de seguir un plan estructurado para resolver un problema, aunque inicialmente su forma de resolver un problema iba encaminada a realizar una lectura comprensiva de la situación, elegir y resolver la operación matemática, para llegar dar la respuesta al problema, aunque para muchos de ellos, el resultado de la operación realizada ya era la respuesta al problema, no hacían el proceso de traducción de esos resultados según la información del problema.

Posteriormente, con el trabajo que se realizó a partir de la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán (1995), se evidenció un cambio bastante significativo en cuanto al abordaje inicial del problema, puesto que los estudiantes fueron capaces de identificar la

información relevante dentro de la situación, plantear el desarrollo del problema como lo consideraban conveniente y resolver el interrogante.

Búsqueda y selección de una estrategia apropiada.

Dentro de la entrevista semiestructurada, se les cuestionó a los estudiantes acerca de la importancia de buscar estrategias y elaborar un plan para llegar a la solución del problema. Al respecto se obtuvieron las siguientes respuestas:

- E2: “*Sí porque así sabemos cómo resolver mejor el problema*”
- E3: “*Sí porque con los pasos sé que estoy haciendo y me queda más fácil hacer el problema*”
- E4: “*Sí porque la estrategia es la ayuda, para resolver y saber si nos está quedando bien*”.

Como se observó en el primer momento, los estudiantes realizaban la estrategia de manera interna, lo cual no permitía visualizar en orden cronológico las acciones que realizaban mientras resolvían un problema, ahora en sus respuestas se observa una marcada importancia hacia la elaboración de una estrategia y un plan de acción o secuencia de pasos que les permita revisar las acciones que están llevando a cabo.

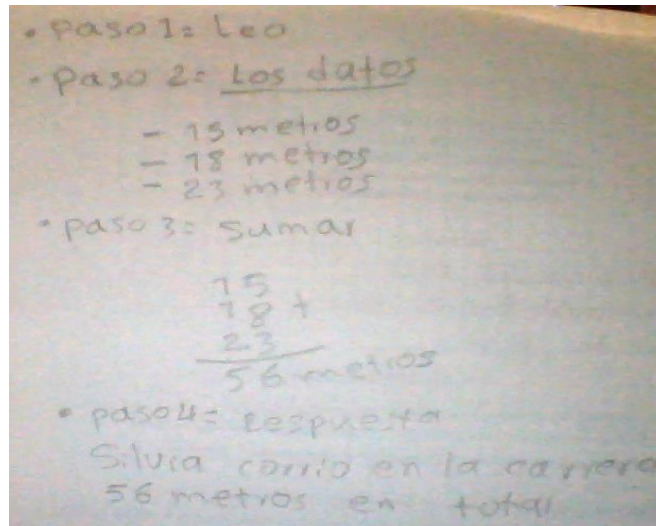
Así mismo, los estudiantes resaltan la necesidad de utilizar gráficas o diagramas que les permitan entender mejor lo que el problema les está pidiendo. Como lo menciona de Guzmán (1995), son muchos los problemas que se hacen más claros cuando se ha logrado encontrar una representación adecuada de los elementos que en él intervienen, de esta manera es posible que queden resaltadas las relaciones entre los aspectos importantes del problema y de ahí, surgen ideas que pueden esclarecer sustancialmente la situación y posibilitan la elaboración de una estrategia a seguir.

Puesta en marcha de la estrategia.

“De entre las estrategias que han surgido habrá alguna o algunas que parezcan más promisorias, más potentes, más fáciles, más elegantes..., se debe elegir una para atacar a fondo el problema con ella” (de Guzmán, 1995, p.215). Durante el tercer momento, se les pidió a los estudiantes que volvieran a resolver el problema 2. a) *Guía No.4* del segundo momento con el fin de revisar los cambios observados. En la primera aplicación del problema, los estudiantes no

habían elaborado ninguna secuencia de pasos o estrategia que les permitiera resolverlo, sin embargo, durante la segunda aplicación se observa que la mayoría, elaboró una secuencia de pasos para llegar a resolver el problema (véase figura 12).

Figura 13 Aplicación Guía No.4 reenfoque



Fuente: elaboración propia.

En lo descrito durante los tres momentos, se evidencia que el estudiante inicialmente, aunque no lo mencionara, sí realizaba una secuencia de pasos que no exteriorizaba, a los cuales les iba haciendo un seguimiento de manera interna; luego de la intervención, empezó a exteriorizar los pasos que seguía con mayor familiaridad y confianza.

Reflexión acerca del camino seguido.

A la pregunta de si el estudiante utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema, no se encuentran respuestas que indiquen una reflexión local o profunda sobre el propio proceso de pensamiento. Esto indica que el estudiante no destinaba tiempo a encontrar una solución mucho más simple, a determinar la manera en que se llegó a la estrategia adecuada, a cuestionarse si llegó a la solución o las dificultades que no le permitieron llegar a la solución. Más aún, en otra pregunta que se les hizo a los estudiantes, consideraban que no realizaban esta revisión debido a que nunca se les había pedido que lo hicieran.

Este es uno de los errores más notables dentro de las clases de matemáticas, ya que no se le incentiva al estudiante a que realice una reflexión de si se ha acercado a las estrategias correctas, en cuál momento les ha llegado ese momento de inspiración, bajo cuáles circunstancias, si es posible fomentar la fluencia espontánea de ideas variadas, originales, novedosas (de Guzmán, 1995). Desafortunadamente, se tiene la tendencia a que lo importante es la respuesta del problema, más no el camino en cómo se ha llegado a ella.

8.3.2 Categoría Estrategias Metacognitivas.

Planeación.

Conocimientos previos.

En la entrevista semiestructurada, se observa que los estudiantes subrayan la importancia de leer muy bien el problema, ya que de esta manera pueden encontrar la operación que sea adecuada según la información que se les ofrece. Se debe agregar que muchos de los problemas que se han trabajado en las clases de matemáticas poseen ciertas estructuras, las cuales los estudiantes han aprendido a reconocer y para ellos, le resulta mucho más fácil la elección de la operación matemática correcta. Dentro de las respuestas de los estudiantes se tienen:

- E2: - “leer para entender si toca hacer una suma, una resta, una multiplicación o una división”
- E3: - “se observa el problema y se lee para resolver y responder la pregunta”
- E4: - “a veces no se entiende que operación hay que hacer”

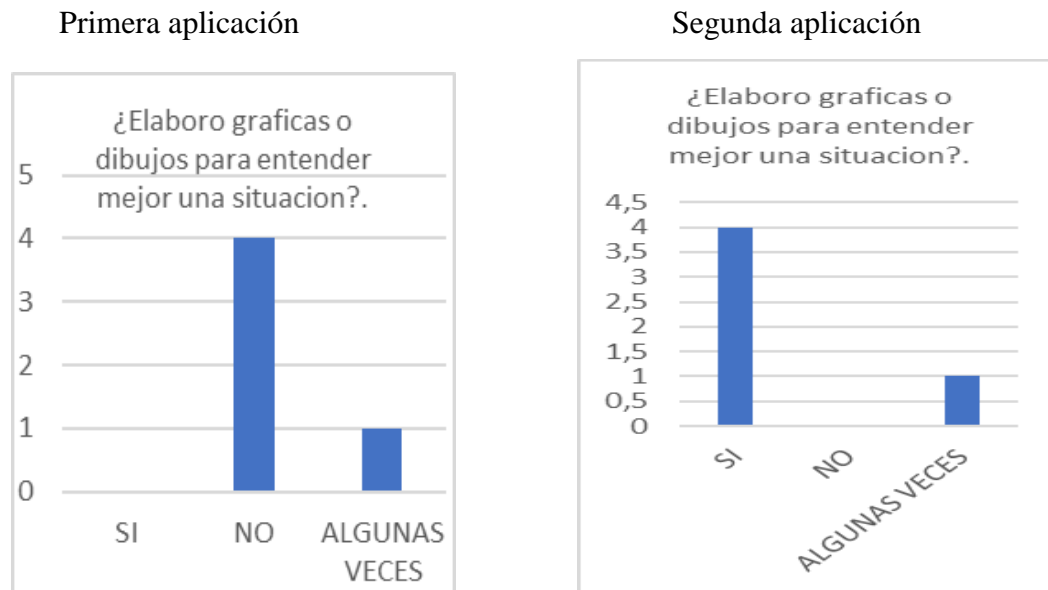
En las respuestas de los estudiantes se observa claramente que ellos comprenden que en cada problema planteado se debe realizar una operación (suma, resta, multiplicación y división), considerando así que las acciones a realizar son propias de la resolución de problemas en matemáticas, que se pueden presentar en situaciones de la vida cotidiana.

Estrategia apropiada.

Con la aplicación del *taller de ideas previas.*, se observa que si bien al inicio los estudiantes no consideraban la elaboración de diagramas o dibujos que les permitieran comprender mejor la información del problema, luego de desarrollar las demás actividades del UD, en la segunda

aplicación del taller, manifestaron la importancia de la elaboración de esquemas con los cuales el problema se entendiera mejor (véase figura 13).

Figura 14 Taller “explorando mis conocimientos”. Ítem 3.5.



Fuente: elaboración propia

Como menciona de Guzmán (1995):

Quando se nos propone un problema de cualquier tipo, comenzamos el acercamiento a él mediante una representación inicial de los elementos que intervienen en la situación. Tal representación inicial, que es muy decisiva en el éxito de la tarea, está fuertemente condicionada por los conocimientos que el individuo posee de tales elementos. (p. 244).

Ahora bien, gracias a la entrevista semiestructurada, se logró evidenciar que, aunque inicialmente los estudiantes no realizaban una planeación explícita, es decir, no exteriorizaban la forma en que solucionaban un problema, luego de realizar las actividades de la UD, consideran a la construcción de la estrategia como una parte fundamental del proceso de resolución de problemas. A continuación, se muestran algunas de las respuestas de los estudiantes.

- E1: “Sí porque cuando se hacen gráficas se entiende mejor el problema, así es más fácil”
- E2: “Sí porque así es fácil para entender que operación se debe hacer” ... “antes no escribía los pasos”

- E3: “Sí porque los pasos ayudan para ver si nos está quedando bien o no”
- E4: “Sí para entenderlo más el problema” ... “antes no sabía que tenía que hacer eso”
- E5: “Sí para saber la operación que hay que hacer” ... “porque antes desarrollaba y ya”

Si bien el proceso de planeación no ha tenido la relevancia que debería dentro de las clases de matemáticas, es importante empezar a trabajar sobre él, cabe destacar que el proceso llevado a cabo durante la solución de un problema, en especial donde surgen las ideas que permiten emprender la solución, tiene la misma importancia que la respuesta que se enuncia al final y que es lo que se revisa en la mayoría de los casos. Como lo afirma Tamayo (2006), “si un alumno tiene desarrolladas las capacidades de anticipación y planificación, podrá representarse mentalmente y explicitar, de ser necesario, las acciones que debe llevar a cabo para culminar la tarea con éxito” (p. 6).

Monitoreo.

Seguimiento al plan trazado.

Durante la entrevista semiestructurada se le pidió a los estudiantes que respondieran la siguiente pregunta (véase tabla 10).

Tabla 10. Seguimiento al plan trazado - Entrevista semiestructurada

PREGUNTAS	RESPUESTAS	INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS
¿Cómo le pareció la forma de planear y verificar la solución de las situaciones planteadas con respecto a cómo lo hacías antes de implementar la unidad didáctica?	<p>E1: “me pareció bueno porque hago los pasos y reviso si está bien todo o sino arreglo”</p> <p>E2: “es más fácil, así nos damos cuenta si ya está todo hecho”</p> <p>E3: “yo reviso cuando hago la suma o resta si está bien o no para arreglar”</p> <p>E4: “ahora es más fácil para hacer los problemas”</p> <p>E5: “me gusto porque se hace más ordenado y se revisa”</p>	<p>De acuerdo a la indicación que se ofreció en el momento de desubicación, la totalidad de los estudiantes, empezó a llevar el seguimiento de la estrategia a partir de esta acción, escribir cada uno de los pasos (paso1, paso 2...) que se va desarrollando.</p> <p>Gracias a que los estudiantes lograron crear un buen plan de trabajo (estrategia), se pudo llevar a cabo esta acción de monitoreo, sin embargo, si la estrategia no es cuidadosamente planeada, a través de esta acción, se puede llegar al replanteamiento de los pasos seleccionados, ya</p>

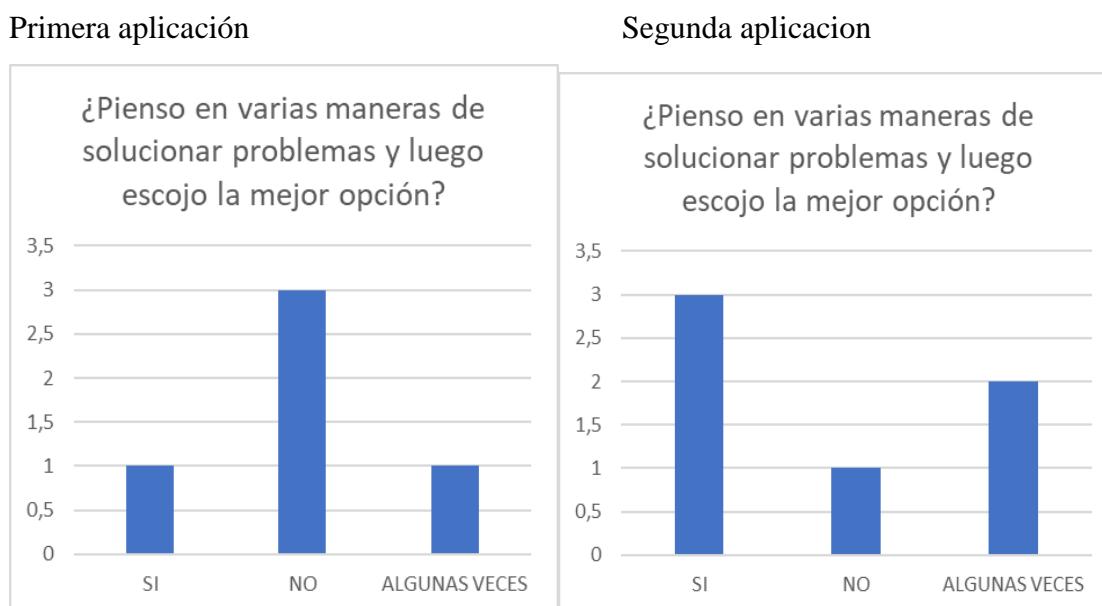
que otra de sus funciones, es la de confirmar, además, si el paso es adecuado.

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a la entrevista semiestructurada.

Estrategias alternativas.

Aunque en la segunda aplicación del taller de ideas previas (véase figura 14), se apreciaba una leve mejoría acerca de la búsqueda de estrategias alternativas, con lo observado durante los dos momentos anteriores, se puede concluir que este proceso de la estrategia metacognitiva de la planeación y el monitoreo, se encuentra en un nivel de desarrollo bastante bajo, debido a la falta de exteriorización de las estrategias utilizadas para solucionar problemas y a la poca importancia que se le da a la planeación, en las clases de matemáticas.

Figura 15 Taller “explorando mis conocimientos II”. Ítem 3.7



Fuente: elaboración propia

Desde la perspectiva de Tamayo (2006), es importante que durante este proceso, se verifiquen, rectifiquen o replanteen las estrategias planteadas, razón por la cual, la búsqueda de estrategias alternativas debe recobrar importancia dentro del proceso de resolución de problemas, el estudiante debe empezar a reflexionar sobre los cambios que ha sufrido la

estrategia inicial, observar qué ha motivado esos cambios, si se ha llevado a cabo el plan de acción de manera correcta o si mientras se han estado realizando las acciones de la estrategia, han surgido ideas que han desviado la atención de lo propuesto inicialmente. Si bien es importante que se encuentre una solución para un problema, también lo es el encontrar una nueva manera para que, de esta forma, se puedan comparar las soluciones y se pueda elegir aquella que sea más eficiente, que requiera menos recursos, menos tiempo y sea la solución más apropiada para el problema.

Evaluación.

Proceso de aprendizaje.

“Este proceso, realizado al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; quien evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia” (Tamayo, 2006, p. 87.). En la tabla 11 se registran las respuestas de los estudiantes a las preguntas formuladas en la entrevista semiestructurada, acerca de la evaluación.

Tabla 11. Evaluación proceso de aprendizaje – Reenfoque

PREGUNTAS	RESPUESTAS	INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS
Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución un problema? Sí, No ¿por qué? de	E1: “no porque hacia la operación y ya”	En los relatos que ofrecen los estudiantes se observa que el proceso evaluativo en la mayor parte de sus vidas, provenía de parte del maestro; según comentan, no se les había permitido realizar una autoevaluación sobre su propio proceso de aprendizaje y reconocen que, gracias al ejercicio, ahora son mucho más conscientes de cuándo aprenden algo o cuándo no. En estos comentarios, se aprecia que, para los estudiantes, las acciones desarrolladas les han permitido tener una mejor comprensión de las actividades, determinar los conocimientos previos que necesitan, elaborar un plan de acción o estrategia para abordar la solución del problema, modificarla en caso de que sea necesario y reconocer cuándo han aprendido lo que se ha propuesto en las clases.
	E2: “no porque no sabía que tocaba hacerlo”	
	E3: “no porque no sabía”	
	E4: “no porque no tocaba hacerlo”	
	E5: “no pues no nos pían a hacer eso”	
¿Considera que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para	E1: “si porque aprendí a desarrollar problemas”	En los relatos que ofrecen los estudiantes se observa que el proceso evaluativo en la mayor parte de sus vidas, provenía de parte del maestro; según comentan, no se les había permitido realizar una autoevaluación sobre su propio proceso de aprendizaje y reconocen que, gracias al ejercicio, ahora son mucho más conscientes de cuándo aprenden algo o cuándo no. En estos comentarios, se aprecia que, para los estudiantes, las acciones desarrolladas les han permitido tener una mejor comprensión de las actividades, determinar los conocimientos previos que necesitan, elaborar un plan de acción o estrategia para abordar la solución del problema, modificarla en caso de que sea necesario y reconocer cuándo han aprendido lo que se ha propuesto en las clases.
	E2: “si me gusto porque me ayuda a aprender”	
	E3: “si me ayudo a	

su proceso	prender matemáticas”
formativo?	E4: “si muy bueno para aprender” E5:”si para mejorar en los problemas”

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a la entrevista semiestructurada.

9 CONCLUSIONES

La enseñanza de una heurística de resolución de problemas permite que el estudiante realice una mayor sistematización del proceso, puesto que debe empezar por comprender la información que se le brinda, realizar una representación mental de ser posible, elaborar algunas estrategias para abordar la solución y llevarlas a cabo; del mismo modo, posibilita una autoevaluación a través de la identificación de los errores, las dificultades y/o fortalezas que se han tenido en cada una de las fases.

La heurística de Miguel de Guzmán apoyó el proceso de resolución de problemas en la medida en que le permite a los estudiantes encontrar la alternativa apropiada para la solución del problema; así mismo, le proporciona al docente la oportunidad de realizar una diagnosis de los errores más comunes entre los estudiantes con el propósito de generar una estrategia que le permita solucionarlos.

Los procesos de regulación metacognitiva facilitaron la resolución de problemas con números naturales en los estudiantes, ya que permitieron la elaboración y puesta en marcha de diferentes planes de acción o estrategias para abordar su solución y evaluar si la solución encontrada, era la más adecuada para el problema.

La vinculación de la planeación dentro del proceso de resolución de problemas con números naturales permite que el estudiante realice una reflexión interna sobre los conocimientos adquiridos anteriormente y seleccione, el que considera más apropiado para el problema que se le está presentando; de la misma forma, posibilita la construcción de una estrategia apropiada y la selección de los recursos y el tiempo que se consideran necesarios para llegar a la solución del problema.

La vinculación del monitoreo dentro del proceso de resolución de problemas con números naturales permite que el estudiante realice el seguimiento a la estrategia que ha planteado, y además, pueda validar si los pasos que se propusieron, son adecuados para el problema, de no ser así, permite que se emprendan acciones para la elaboración de estrategias alternativas, se

reasignen los recursos y el tiempo que se habían contemplado anteriormente o se busque apoyo con fuentes externas.

La vinculación de la evaluación dentro del proceso de resolución de problemas con números naturales permite que el estudiante verifique si ha conseguido los objetivos que se ha propuesto, si ha logrado resolver los problemas o si no, y las razones por las cuales se ha llegado hasta donde se ha logrado llegar. Cabe destacar, que este proceso muestra un menor desarrollo en los estudiantes, debido al enfoque que se le ha dado tradicionalmente en el sistema educativo colombiano, en el cual prima la respuesta por encima del proceso que se ha llevado a cabo para encontrarlo.

10 RECOMENDACIONES Y PERSPECTIVAS A FUTURO

Los resultados de la presente investigación muestran indicios de que la vinculación de la regulación metacognitiva favorece la toma de conciencia sobre los propios procesos cognitivos, razón por la cual es indispensable seguir realizando estudios enfocados en esta línea, que permitan que los estudiantes realicen aprendizajes mucho más autónomos y profundos.

Teniendo en cuenta que los procesos metacognitivos se desarrollan de manera interna, es necesario el diseño de instrumentos con preguntas específicas que permitan la indagación acerca de la planeación, el monitoreo y la evaluación, sin estas preguntas, los estudiantes no exteriorizan la mayoría de las acciones que llevan a cabo a la hora de resolver un ejercicio, un problema o una tarea.

Es importante que en trabajos futuros que se enfoquen en esta misma línea, se profundice en los estudiantes sobre la búsqueda de distintas estrategias para la solución de un problema, ya que se les presentan algunas dificultades para la construcción de más de un plan de acción.

Es necesario reforzar el trabajo en clases sobre la planeación, es el primer proceso que se realiza y es de los más importantes, puesto que con un buen plan de trabajo, la solución del problema es mucho más sencilla; si se dedica una buena cantidad de tiempo para reconocer la información importante, lo que se debe hacer en cada problema y se logran identificar los conocimientos previos requeridos así como los recursos necesarios, los siguientes procesos se realizarán de manera rápida y eficiente.

Uno de los procesos de regulación metacognitiva en los cuales se observaron mayores dificultades en los estudiantes, fue en la evaluación, razón por la cual es preciso enfocar mayores esfuerzos dentro de las clases para que los estudiantes sean partícipes de su proceso evaluativo, reflexionando acerca de las dificultades que han tenido, sus fortalezas en la realización de las actividades y el grado de comprensión alcanzado para cada uno de los objetos matemáticos propuestos en clases.

11 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Abdolhossini, A. (2012). The effects of cognitive and meta – cognitive methods of teaching in mathematics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 46 (2012) 5894 – 5899. doi: 10.1016/j.sbspro.2012.06.535
- Ascencio (2013). Adaptación del modelo de Miguel de Guzman para la resolución cooperativa de problemas para alumnos de 1º de la ESO. Facultad de Educación. Universidad internacional de la Rioja.
- Barro, Bravo, Campo & Fontalvo. (2011). Desarrollo de la metacognición al resolver problemas de adición de números enteros. *Revista del Instituto de Estudios en Educación Universidad del Norte*. nº 14 julio - diciembre, 2011., p. 3.
- Blanco, J. L. (1996). La resolución de problemas. Una revisión teórica. *Suma*, 21, 11-20. Recuperado el 31 de agosto de 2017 de: <https://revistasuma.es/IMG/pdf/21/011-020.pdf>.
- Buitrago, S., & García, L. (2012). Procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Manizales. Recuperado el 4 de septiembre de 2017 de: <http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/181/1/PROCESOS%20DE%20REGULACION%20METACOGNITIVA%20EN%20LA%20RESOLUCION%20DE%20PROBLEMAS%20MATEMATICOS%20SMBM.pdf>
- Caballero, M (2008). Algunas ideas del alumnado de secundaria sobre conceptos básicos de genética. *Enseñanza de las ciencias*, 26(2), 227-244.
- De Guzmán, M (2007): Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*. Madrid, España. pp. 19-58.
- De Guzmán, M. D. (1995). Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos (No. 153.42 G993p). Madrid, ES: Edit. Pirámide.
- Duschl, R.A. (1995). Mas allá del conocimiento: Los desafíos epistemológicos y sociales de la enseñanza mediante el cambio conceptual. *Enseñanza de las ciencias*, 13(1), 13-14.
- Fernández, A. G. (1993). Aprendizaje autorregulado de la lectura. *Revista de psicología general y aplicada: Revista de la Federación Española de Asociaciones de Psicología*, 46(3), 351-359.

- Flavel, J. (1985). *El desarrollo cognoscitivo*. Madrid: Visor.
- Flavell, J. H. (1987). Speculations about the nature and development of metacognition. In Weinert, F., and Kluwe, R. (eds.), *Metacognition, Motivation, and Understanding*, Erlbaum, Hillsdale, NJ, pp. 21–29
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2006). Metodología de la investigación. *La Habana: Editorial Félix Varela*, 2.
- Jorba, J., & Sanmartí, N. (1993). La función pedagógica de la evaluación. *Aula de innovación educativa*, 20, 20-30
- Klimenko, O. & Alvares, J. (2009). Aprender cómo aprendo: la enseñanza de estrategias metacognitivas. *Educación y Educadores*, 12(2), 11-28.
<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=83412219002>.
- López Estrada, Raúl Eduardo & Deslauriers, Jean-Pierre. (2011). *La entrevista cualitativa como técnica para la investigación en Trabajo Social*.
- Lozada, G., & Santos, D. (2013). ¿Es posible hacer evidentes los procesos de metacognición en la resolución de problemas? *Revista científica, edición especial octubre 2013*, 47 – 50.
Recuperado el 28 de julio de 2016 de:
<https://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/5482>.
- Maquilón (2016). Resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC, que permita potenciar la resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC, para el grado séptimo de la Institución Educativa Fe y Alegría Nueva Generación, Bello (Antioquia, Colombia).
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1989). *Pensar matemáticamente*. Madrid: Editorial Labor.
- Mejía, Aida & Loango, Miryan. (2014). Resolución de problemas matemáticos para fortalecer el pensamiento numérico en estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Adventista del Municipio de Puerto Tejada Cauca.
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: MEN.
- Palarea, M. M., Hernández, J. y Socas, M. M. (2001). Análisis del nivel de conocimientos de Matemáticas de los alumnos que comienzan la Diplomatura de Maestro. En Socas, Camacho y Morales (Eds.), *Formación del Profesorado e Investigación en Educación*

Matemática III, 213-226. CAMPUS. La Laguna. Recuperado el 06 de noviembre de 2017 de: <http://funes.uniandes.edu.co/5355/1/Socas2014DificultadesInvestigaciones.pdf>

- Pifarré, M., & Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO. *Enseñanza de las Ciencias*, 19(2), 297-308.
- Polya, G. (1945). *How to Solve It*. New York: Doubleday
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: grupo editorial trillas.
- Sánchez, G. y Valcárcel, M.V. (1993). Diseño de unidades didácticas en ciencias experimentales. *Enseñanza de las Ciencias*, 11, pp. 33-44.
- Schoenfeld, Alan (1992) *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics*. In *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan
- Schraw & Moshman (1995). *Metacognitive Theories*. Educational Psychology, Department of. University of Nebraska – Lincoln. 12-3-1995
- Tamayo, M. (2006). La Metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. En: *Los bordes de la pedagogía: del modelo a la ruptura* (pp 275-306). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá: Net Educativa Editorial.
- Tamayo Alzate, Ó. E., Vasco Uribe, C. E., Suárez De la Torre, M. M., Quiceno Valencia, C. H., García Castro, L. I., & Giraldo Osorio, A. M. (2013). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación. Recuperado el 28 de octubre de 2017 de: <http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/368/1/Clase%20multimodal%20y%20la%20formaci%C3%B3n%20y%20evoluci%C3%B3n.pdf>
- Tesouro, M. (2015). *La metacognición en la escuela: la importancia de enseñar a pensar*. Girona: Aula intelimundo. Recuperado el 15 de octubre de 2016 de <http://blog.aulaintelimundo.com/la-metacognicion-en-la-escuela-la-importancia-de-ensenar-a-pensar/>
- Troncoso, O. (2013). Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas: una intervención en el aula para determinar las implicaciones de la implementación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas. Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia.

Vela, S. (2015). *Análisis bibliométrico sobre el entrenamiento en estrategias metacognitivas (2004 - 2014)*. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Recuperado el 13 de noviembre de 2016 de: http://200.24.17.74:8080/jspui/bitstream/fcsh/243/1/VelaSandra_analisisbibliometricoentrenamientoestrategiasmetacognitivas.pdf

ANEXOS

Anexo 1. Unidad didáctica.

UNIDAD DIDÁCTICA: FORTALECIMIENTO DE LA INTERPRETACIÓN, ANÁLISIS Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

MOMENTO	OBJETIVOS	ACTIVIDADES	PROPÓSITO	DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	TIEMPO
1. UBICACIÓN	Identificar las ideas previas que tienen los estudiantes respecto a la resolución de problemas relacionados con la adición, sustracción, multiplicación y división, y a la aplicación de estrategias metacognitivas.	ACTIVIDAD 1. Instrumento de indagación de ideas previas: “Explorando mis conocimientos”	Establecer los modelos explicativos de los estudiantes respecto a la resolución de problemas relacionados con la adición, sustracción, multiplicación y división, y a la aplicación de estrategias metacognitivas de regulación.	Se realiza la aplicación de instrumento donde se plantea situaciones relacionadas con la adición, sustracción, multiplicación y división, con el fin de establecer la forma como los estudiantes solucionan los problemas y evidenciar si aplican estrategias metacognitivas durante este proceso	2 hora de clase (120 minutos)
	Generar procesos donde se facilite en el aprendizaje la	ACTIVIDAD 1. Diseño y aplicación de un instrumento	Diseñar y aplicar estrategias que generen en el estudiante la necesidad comprender el lenguaje de los textos. Permitir la superación de los	SITUACIÓN 1. Presentación de un cuento “ <i>El regalo</i> ” para que los estudiantes lo lean, extraigan las ideas principales y secundarias de cada párrafo y respondan las preguntas que se encuentran al final	Media hora de clase (30 minutos)

2. DESUBICACIÓN	comprensión lectora, dando solución a los obstáculos presentados por los estudiantes, respecto del aprendizaje de situaciones problemas relacionados con la adición, sustracción, multiplicación y división.	con situaciones asociadas a la comprensión lectora.	bloqueos afectivos y cognoscitivos encontrados en las estudiantes asociadas a la comprensión lectora en problemas relacionados con la adición, sustracción, multiplicación y división.	del cuento. (Guía No.1) SITUACIÓN 2. Presentación de situaciones “ <i>problemas de ingenio</i> ”, para ejercitar la agilidad mental para un adecuado desarrollo de la capacidad de: Atención, Concentración, análisis, síntesis, inducción y deducción. Al finalizar (Guía No. 2) SITUACIÓN 3. Presentación de la guía No. 3. Para fortalecer la comprensión lectora en los estudiantes, afianzar la aprehensión de los problemas adición, sustracción, multiplicación y división.	2 horas de clase (120 minutos)
	Ilustrar a los estudiantes respecto a la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, asociando las estrategias de regulación	ACTIVIDAD 2. Modelación por parte de la docente, de la solución de problemas relacionados con la	Instruir a los estudiantes en la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán, asociando las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y	La docente presenta a sus estudiantes la guía No. 4. “Miscelanea de problemas”, en la que se plantea ejercicios ludicos de motivación y diversos problemas para dar solución mediante la	2 hora de clase (120 minutos)

2. DESUBICACIÓN	metacognitiva en los procesos de resolución de las situaciones planteadas	adición, sustracción, multiplicación y división, utilizando la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, asociando en el proceso habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación	evaluación.	heurística de Miguel de Guzmán, aplicando en el proceso de resolución estrategias de regulación metacognitiva	4 horas de clase (240 minutos)
		ACTIVIDAD 3. Solución de problemas relacionados con la adición, sustracción, multiplicación y división, aplicando la heurística de Miguel de Guzmán, asociando en el	Evidenciar la evolución conceptual de los estudiantes en la aplicación de la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, así como el avance en la aplicación de las estrategias de regulación metacognitiva de planeación, monitoreo y evaluación al resolver	Planteamiento y solución de problemas para analizar la comprensión lograda en los estudiantes relacionada con la heurística de resolución de problemas de Miguel De Guzmán. Se plantearán preguntas que permitan identificar la planeación, revisión y reflexión metacognitiva en la solución de los problemas abordados	

		proceso las estrategias de Regulación Metacognitiva	situaciones propuestas	Estos deben ser analizados y discutidos por parte de los estudiantes tratando de encontrar la solución efectiva del problema. Además, deben reflexionar sobre los errores cometidos, los cuales deben ser corregidos oportunamente.	
3. REENFOQUE	En este momento el objetivo es analizar la efectividad de las actividades planteadas en la unidad didáctica respecto de la resolución de problemas y a la superación de los bloqueos asociados con la adición, sustracción, multiplicación y división	ACTIVIDAD 1 Aplicación del instrumento “Explorando mis conocimientos II”	Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la forma de resolver problemas y a partir de dicha resolución evidenciar el avance en la aplicación de las estrategias de regulación metacognitiva de planeación, monitoreo y evaluación	Aplicación del instrumento:” Explorando mis conocimientos II” realizando algunas modificaciones con respecto al instrumento, inicial, con el fin de establecer los cambios en la forma de resolver problemas aplicando la heurística de Miguel de Guzmán y las estrategias de regulación metacognitiva.	

	de números naturales y a la aplicación de estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.	ACTIVIDAD 2 Entrevista semiestructurada		Se realiza entrevista a 6 estudiantes a quienes se les indaga acerca de la efectividad de las actividades enfocadas hacia la resolución de problemas, la forma como lograron superar sus bloqueos que presentaban al inicio de las actividades y la aplicación de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación que utilizaron al resolver los problemas relacionados con adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales.	3 horas de clase (180 minutos) 4 horas de clase (240 minutos)
--	---	--	--	--	--

Anexo 2. Taller de ideas previas.



MUNICIPIO DE ARGELIA CAUCA
CENTRO EDUCATIVO MIROLINDO
Resolución De Aprobación 0444-2004
CODIGO DANE 219050000160-01
Nit: N° 900087576-9
SEDE PRINCIPAL

EXPLORANDO MIS CONOCIMIENTOS

Fecha: _____

Nombres y apellidos: _____

Docente: _____

Grado: _____ Area: _____

1. Lea atentamente cada situación y resuelva los siguientes problemas:

- Un libro de matemáticas cuesta \$52.500. ¿Cuánto cuestan 3 docenas de libros?
- Al tomar 24 colores para formar grupos de 4 colores ¿Cuántos grupos se obtienen?
- Diana vende cobijas marca luna. El sábado vendió cierta cantidad de ellas por un total de \$180.000, el lunes vendió 5 de las mismas cobijas y recibió \$90.000. ¿Cuál es el precio de una cobija?
- En la construcción de un muro se gastan 350 ladrillos y 120 bloques. Si el precio de cada ladrillo es de \$1500 y el de cada bloque es de \$1200. La inversión en ladrillos fue de \$_____ y en bloques de \$_____; en total se invirtió \$_____ en ladrillos y bloques.

2. Con base en los problemas planteados responda las siguientes preguntas:

a. ¿Qué fue lo primero que tuvo en cuenta para resolver los problemas?

b. Describa la estrategia que se le ocurre para resolver los problemas.

c. Describa los pasos que utilizo para resolver cada problema

d. *¿Por qué cree que la respuesta que eligió para cada problema fue la correcta?. Justifica tu respuesta.*

e. *¿Conoce otra forma de solucionar los problemas aparte de la que describió?*

f. *¿Cuál considera que ha sido la principal dificultad en la comprensión de situaciones planteadas? Explica tu respuesta.*

3. Lea y marque una de las tres opciones en cada enunciado.

1. Sé o reconozco cuando entiendo algo.	Si	No	Algunas veces
2. Puedo realizar un aprendizaje autónomo cuando lo necesito.	Si	No	Algunas veces
3. Trato de usar métodos de estudio que han funcionado para mi.	Si	No	Algunas veces
4. Aprendo mejor cuando ya conozco algo acerca del tema.	Si	No	Algunas veces
5. Dibujo o elaboro diagramas para entender mejor mientras estoy aprendiendo algo.	Si	No	Algunas veces
6. Cuando ya he hecho mis tareas me pregunto a mí mismo si he aprendido lo que quería aprender.	Si	No	Algunas veces
7. Pienso en varias maneras de solucionar problemas y luego escojo la mejor opción.	Si	No	Algunas veces
8. Pienso sobre lo que necesito aprender antes de comenzar a trabajar.	Si	No	Algunas veces
9. Me pregunto a mí mismo qué tan bien lo estoy haciendo mientras estoy aprendiendo algo nuevo.	Si	No	Algunas veces
10. Realmente pongo atención a la información importante.	Si	No	Algunas veces
11. Aprendo más cuando estoy interesado en el tema.	Si	No	Algunas veces

Anexo 3. Entrevista semiestructurada.

ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

Propósito: Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas con números naturales con el desarrollo de las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.

1. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizaba alguna secuencia de pasos para la solución de un problema? Sí ___ No ___ ¿Por qué? .
2. Después de realizar las actividades de la UD, ¿considera necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema? .
3. Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realiza para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado?.
4. Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluaba su desempeño en la resolución de un problema? Sí ___ No ___ ¿Por qué?.
5. ¿Considera que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para su proceso formativo? Sí ___ No ___ ¿Por qué?.